

**Grupos e Simetrias**

---

**Problema 3**

23.10.2009

Considere função  $f : S_n \rightarrow S_{n+2}$  definida por  $f(\alpha) = \alpha_*$ , onde

$$\alpha_* = \begin{cases} \alpha & \text{se } \alpha \text{ é par} \\ \alpha(n+1 \ n+2) & \text{se } \alpha \text{ é ímpar.} \end{cases}$$

- (a) Prove que  $f$  define um isomorfismo de  $S_n$  num subgrupo  $H$  de  $A_{n+2}$ .
- (b) Identifique  $H$  no caso  $n = 3$ .
- (c) Use o teorema de Cayley para provar que qualquer grupo  $G$  de ordem  $n$  é isomorfo a um subgrupo de  $A_{n+2}$ .
- (d) Determine o subgrupo de  $A_6$  isomorfo ao grupo  $(\mathbb{Z}_5 - \{0\}, \times_5)$ .