

29/10/2010

Duração: 1h 30m

1. Para cada um dos grupos D_4 , S_4 e \mathbb{Z} determine
 - (i) dois subgrupos próprios;
 - (ii) um conjunto de geradores;
 - (iii) a ordem dos elementos do conjunto de geradores indicado.
2. Descreva o subgrupo H de S_8 gerado por $(3458)(123)$ bem como $H \cap A_8$.
3. Seja G o conjunto das matrizes $\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & a \end{bmatrix}$, com $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ e $b \in \mathbb{R}$. Prove que
 - (a) G é subgrupo de $GL_2(\mathbb{R})$;
 - (b) $G \cap O_2(\mathbb{R}) \subseteq SO_2(\mathbb{R})$.
4. Indique o valor lógico das seguintes proposições, justificando a sua resposta:
 - (a) Grupos cíclicos de ordem n são isomorfos.
 - (b) Se m é um divisor de n então o grupo D_n tem um subgrupo de ordem m .
 - (c) A função $f : (\mathbb{R}, +) \rightarrow (\mathbb{C} - \{0\}, \times)$ definida por $f(x) = \cos(x) + i\sin(x)$ é um homomorfismo.
 - (d) Os grupos $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_6$ e \mathbb{Z}_{24} são isomorfos.