

## Exame de Lógica

Coimbra, Segunda, 3-07-2006

1. Considere a seguinte família de afirmações.

- Sempre **que** a comida era boa; os empregados eram delicados;
- Todos os hotéis abertos durante todo o ano tinham vista para o mar;
- A comida só era má em alguns hotéis baratos;
- Os hotéis com piscina tinham os muros cobertos de madressilva;
- Os hotéis cujos empregados eram indelicados eram os que estavam abertos apenas durante uma parte do ano;
- Nenhum hotel barato admitia a presença de cães;
- Os hotéis sem piscina não tinham vista para o mar.

Questão: Donos que alojam hotéis com cães podem apreciar muros de madressilva?

2. Simplifique a fórmula booleana

$$p = wxyz + wx\bar{y}z + w\bar{x}yz + w\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}xyz + \bar{w}x\bar{y}z + \bar{w}\bar{x}yz$$

usando o método de Quine-McKluskey.

3. a. Explique o significado da simbologia  $\Gamma \vdash A$  no âmbito do sistema L da lógica proposicional.

b. Seja  $\Gamma \cup \{A, P, Q\}$  um conjunto de fórmulas do sistema L.

Supondo que  $\Gamma \vdash A \rightarrow (P \rightarrow Q)$  e  $\Gamma \vdash (A \rightarrow P)$ , mostre que  $\Gamma \vdash (A \rightarrow Q)$ .

4. a. Demonstre que toda a afirmação

$$\forall x G(x) \vee \forall x H(x) \rightarrow \forall x (G(x) \vee H(x))$$

é verdadeira. A implicação recíproca é falsa ou verdadeira?

b. Expresse a negação de  $\forall x G(x) \vee \forall x H(x)$  evitando o quantificador universal  $\forall$ .

c. Seja  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função. Expresse a afirmação 'f é uma função uniformemente contínua' por uma fórmula lógica e dê uma negação útil desta fórmula.

5. a. Dê a definição do conceito de 'função computável'.

b. Sejam  $A, B \subseteq \mathbb{N}$  conjuntos decidíveis. Exiba a função indicatriz da sua diferença simétrica  $A \oplus B$  como sendo computável. Diga como inferir a decidibilidade de  $A \oplus B$  de forma mais directa.

c. Demonstre a existência de funções não-computáveis.

0L2	1L1
	1L3
0L3	1R4
1R5	
0R5	1R6
0R7	
1O1	1R7

- a. Analise o comportamento da máquina à esquerda, se ela arrancar com a posição fita  $100010\overset{1}{1}$ .
- b. Qual será o resultado se esta máquina arrancar com  $10^n 10\overset{1}{1}$ ?

