

Exame de Lógica

1. No exame anterior demonstrou-se que a fórmula

$$\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall xA(x) \rightarrow \forall xB(x))$$

expressa uma afirmação verdadeira. Decida com prova ou invenção de um contra-exemplo se a implicação recíproca é verdadeira.

2.

$$M_1 = \begin{array}{|c|c|} \hline 0L2 & 1L1 \\ \hline & 1L3 \\ \hline 0L3 & 1R4 \\ \hline 1R5 & \\ \hline 0R5 & 1R6 \\ \hline 0R7 & \\ \hline 1O1 & 1R7 \\ \hline \end{array}$$

$$M_2 = \begin{array}{|c|c|} \hline & 1R2 \\ \hline 0L3 & 0R2 \\ \hline 1R4 & \\ \hline 0R5 & \\ \hline 1O6 & \\ \hline \end{array}$$

Em exames anteriores mostrou-se que a máquina M_1 transforma uma fita-posição $10^n 10^1 \overset{1}{1}$ em $1^{n+1} \overset{4}{1} 01^{n+1}$; enquanto a máquina M_2 efectua uma transformação $0 \overset{1}{1}^{n+2} \rightsquigarrow 010^n 10^1 \overset{6}{1}$.

Use estas máquinas como pontos de partida ('pedras') para construir por rima máquina que demonstre (directamente) a computabilidade da função $n \mapsto 2n$.

3. O dual $d(p)$ de uma fórmula booleana p é obtida substituindo todas as multiplicações por adições e as adições por multiplicações. Por exemplo, se $p = xy + xz$ então $d(p) = (x + y)(x + z)$.

Por vezes uma simplificação de uma fórmula booleana pode ser obtida passando para o dual da mesma, simplificando-o, e dualizando a simplificação. Este método de simplificação de fórmulas precisa duma justificação.

Explicita em que sentido se necessita duma justificação e dê-a.

4. Mostre com exemplos que, se o problema da parágem fosse decidível, então seria possível resolver questões complexas da teoria das equações diofantinas por métodos 'mecânicos'.