Exame de **Lógica** 2-Julho-2007

?

1. Os professores Paula, João, e António ensinam num mesmo dia num pequeno estabelecimento de ensino de duas Salas V e W. Admitem-se ocupações destas salas nas horas 1:8h-9h, 2:9h-10h, 3:10h-11h, 4:14h-15h, 5:15h-16h, 6:16h-17h. A Paula dá as cadeiras a,b, o João c,d, e o António dá e,f. De cada cadeira são dadas duas horas nesse dia mas os professores recusam-se a dar duas aulas seguidas.

   Introduzindo variáveis proposicionais tais como 'b3V', para dizer: 'a cadeira b é lecionada na terçeira hora (isto é, das 10 às 11 horas) na sala V', mostre, exemplificando, como o problema da construção dum horário viável pode ser expresso por um conjunto de fórmulas lógicas. (Como de costume, o conjunto deve ser consistente relativamente a determinada vaiuação se e só se esta nos indica um horário viável. Não se pede um conjunto completo de fórmulas.)

2. Enuncie e prove o lema que fundamenta a segunda regra de Quine-McKluskey para simplificar fórmulas proposicionais.

3. Demonstre que no sistema formal L se tem para fórmulas A, B quaisquer, que $\{\neg B \rightarrow \neg A, A\} \vdash B$. Na dedução terá que usar possivelmente que $A \rightarrow (\neg B \rightarrow A)$ é axioma.

4. a. Demonstre recorrendo às definições pertinentes, que a fórmula

$$\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x))$$

   expressa uma afirmação verdadeira.
   b. Decida com prova ou invenção de um contra-exemplo se a implicação recíproca é verdadeira.

5. Considere a máquina

$M =$

0L2	1L1
	1L3
0L3	1R4
1R5	
0R5	1R6
0R7	
1O1	1R7

Em que fita-posição transforma esta máquina M a fita-posição $10^n 10\overset{1}{1}$, $n \geq 3$?

6. a. Dar os enunciados completos dos teoremas da composição, recursão e

do operador mínimo.

b. Na sebenta encontra-se essencialmente o trecho seguinte como argumento para mostrar a computabilidade da função S_g, dada por $S_g(n) = g(1) + ... + g(n)$, $n \in \mathbb{N}$, com base na computabilidade de g.

"Definamos f $=$ Soma $\circ$ $(P_{2,1}, g \circ (\text{Soma}(P_{2,2}, C_{1,1} \circ P_{2,2})))$. ... . Prova-se facilmente por indução sobre n que S_g satisfaz a seguinte recorrência:

$$\begin{aligned} S_g(1) &= g(1) \\ S_g(n+1) &= f(S_g(n), n) \end{aligned}$$

Logo S_g é computável. "

Mostre por pormenorização (anotação) que entende este argumento.

SAÍDA-NOTAS: Não incomodem antes do dia 12 de Julho.

7. Explique : qual seria o impacto para a matemática se o problema da paragem tivesse solução positiva. (explicar para um "leigo")