

## Exame de Lógica para os 16

18-Julho-2007

1. No exame anterior mostraram que

$$(\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x))$$

expressa uma afirmação falsa. Para tal deram exemplos de predicados  $A(\cdot)$  para os quais à partida  $\nu(\forall x A(x)) = 0$  foi claro. Para evitar que se esquivem desta vez desta forma 'cobarde' da essência da questão, considerem

$$(\forall x A(x) \wedge (\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x))) \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x)).$$

Esta afirmação é verdadeira?

2.

$$M_1 = \begin{array}{|c|c|} \hline 0L2 & 1L1 \\ \hline & 1L3 \\ \hline 0L3 & 1R4 \\ \hline 1R5 & \\ \hline 0R5 & 1R6 \\ \hline 0R7 & \\ \hline 1O1 & 1R7 \\ \hline \end{array}$$

$$M_2 = \begin{array}{|c|c|} \hline & 1R2 \\ \hline 0L3 & 0R2 \\ \hline 1R4 & \\ \hline 0R5 & \\ \hline 1O6 & \\ \hline \end{array}$$

Em exames anteriores mostrou-se que a máquina  $M_1$  transforma uma fita-posição  $10^n 10 \overset{1}{\underset{1}{\mid}}$  em  $1^{n+1} \overset{4}{\underset{1}{\mid}} 01^{n+1}$ ; enquanto a máquina  $M_2$  efectua uma transformação  $0 \overset{1}{\underset{1}{\mid}}^{n+2} \rightsquigarrow 010^n 10 \overset{6}{\underset{1}{\mid}}$ .

Use estas máquinas como pontos de partida ('pedras') para construir por uma máquina que demonstre (directamente) a computabilidade da função  $n \mapsto 2n$ .

3. Demonstre o teorema da dedução.

4. Um subconjunto  $X$  de  $\mathbb{N}$  diz-se *listável* se for vazio ou conjunto-imagem de uma função computável. a. Demonstre (recorrendo ao conceito da computabilidade informal:  $\text{tTC}$ ) que um subconjunto decidível de  $\mathbb{N}$  é listável.

b. Igualmente usando computabilidade informal, mostre que o conjunto  $K$  considerado no problema de *paragem* é listável.