

MÉTODOS MATEMÁTICOS DA BIOLOGIA

ANO LECTIVO DE 2007/2008

TRABALHO 3

Prazo de entrega: 26-11-2007

1. Considere o modelo

$$x' = \mu x - x^3,$$

com $\mu \in \mathbb{R}$.

- Determine todos os estados estacionários x^* , (positivos e negativos).
- Estude a estabilidade dos estados estacionários.
- Represente no plano μ vs x^* os resultados da alínea anterior, assinalando as propriedades de estabilidade.
- Classifique a bifurcação tendo como base a bibliografia recomendada.

2. Considere o sistema

$$\begin{aligned}x_1' &= -x_2 + x_1(\mu - x_1^2 - x_2^2) \\x_2' &= x_1 + x_2(\mu - x_1^2 - x_2^2),\end{aligned}$$

com $\mu \in \mathbb{R}$.

- Estude a estabilidade do estado estacionário $(0, 0)$.
- Considere a mudança de variável para coordenadas polares

$$x_1 = r \cos \theta, \quad x_2 = r \sin \theta$$

e obtenha o sistema

$$\begin{aligned}r' &= r(\mu - r^2) \\ \theta' &= 1.\end{aligned}$$

- Mostre que, se $\mu > 0$, existe uma solução periódica que satisfaz $\sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \sqrt{\mu}$.
- Trace o retrato fase para os casos $\mu < 0$ e $\mu > 0$.
- Classifique a bifurcação tendo como base a bibliografia recomendada.