

Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra
Métodos de Programação II – 2004/2005

Exame de 18 de Fevereiro de 2005

Duração: de 2h a 2h40m

Nota: As respostas que envolvem cálculos só serão consideradas para correcção se forem apresentados os cálculos respectivos.

1. Considere a seguinte fórmula recorrente para $n \in \mathbb{N}$:

$$P_n = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 1 \\ (2n - 1)P_{n-1} & \text{se } n > 1 \end{cases}$$

- (a) Calcule P_4 , explicitando todos os cálculos elementares intermédios e fazendo, apenas, uma simplificação em cada passo.
- (b) Elabore uma função recorrente para calcular e devolver o valor de P_n , dado n .
- (c) Escreva agora uma versão iterativa eficiente para o mesmo efeito.
- (d) Calcule o número de multiplicações efectuadas por cada uma das duas versões anteriores.

2. Considere as seguintes declarações de tipos:

type

IntNNeg = 0..9;

Nat = array [0..MAX] of IntNNeg;

- (a) Suponha que usamos o tipo Nat acima para guardar a representação decimal de números naturais. Por exemplo, a representação do número $n = 25059$ num vector do tipo Nat será:

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... | MAX |
|---|---|---|---|---|---|-----|-----|
| 9 | 5 | 0 | 5 | 2 | 0 | ... | 0 |

- i. Dados dois números naturais através dos seus representantes em Nat, $A[0..MAX]$ e $B[0..MAX]$, descreva e implemente um algoritmo para efectuar e devolver a sua soma num vector do mesmo tipo.
 - ii. Elabore e implemente um algoritmo para, dado um natural $N[0..MAX]$, escrever no monitor o natural que está a representar. Por exemplo, se N for o vector do exemplo acima, o seu módulo deve escrever no monitor 25059.
- (b) Como o exemplo acima torna óbvio, cada natural tem uma quantidade variável de dígitos significativos, pelo que cada Nat deveria registar essa quantidade de modo a permitir tornar a sua manipulação mais eficiente. Por outro lado, a diferença que existe entre uma representação para um número natural e uma representação para um número inteiro é a de que um inteiro possui um sinal.



- i. Proponha uma declaração alternativa para números inteiros, *Int*, que, para além de registar a sua representação decimal, registre ainda o sinal e a quantidade de dígitos significativos de cada inteiro (dimensão útil de cada vector).
- ii. Desenhe e implemente um algoritmo para efectuar a soma de dois números inteiros dados através da sua representação em *Int*.

3. Considere as seguintes declarações:

```

type
  Seta      = ^elemento;
  elemento = record
    numero : integer;
    prox: Seta
  end;

```

- (a) Elabore e implemente um módulo para procurar o inteiro *num* numa dada lista ligada, *lista*, do tipo *Seta*. Caso encontre, deve devolver a posição em que se encontra; caso não encontre, deve devolver 0.
- (b) Qual será o resultado da execução do procedimento ALPHA: (Não se esqueça de verificar todas as situações possíveis!)

```

procedure ALPHA(var ponta: seta; num : integer);
  var ant, este: seta;
begin
  if ponta <> nil
  then begin
    ant := nil; este := ponta;
    while este^.numero <> num do
    begin
      ant := este; este := este^.prox
    end;
    if ant = nil then ponta := este^.prox
    else ant^.prox := este^.prox;
    dispose(este)
  end
end; {ALPHA}

```

- (c) Dada a lista ligada, *lista*, descreva e implemente um módulo para, dados, ainda, um inteiro positivo, *k*, e um inteiro qualquer, *num*, inserir um novo elemento na *k*-ésima posição dessa lista, desde que não exista ainda esse valor na lista.

Note que não deve usar o módulo da alínea (a) e deve apresentar um só ciclo para efectuar a tarefa pedida.

O grupo que se segue implica a desistência da nota dos trabalhos de casa.

4. No que se segue considere tabelas, $v[1..n]$, de n elementos inteiros e positivos.

(a) Elabore e implemente um algoritmo para, dados v , a sua dimensão actual, n , e um índice $1 \leq k \leq n$, remover de v , a partir da posição k dada, todos os elementos iguais a $v[k]$.

(b) Qual o número máximo de deslocamentos que o algoritmo que propôs na alínea anterior fará, no pior dos casos? Justifique convenientemente a sua resposta.

(c) Com base na alínea (a), elabore um procedimento para remover do vector v todas as repetições de elementos.

Por exemplo, o vector

| | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|
| -11 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 |
|-----|---|---|---|---|---|

 deve ser alterado para

| | | | |
|-----|---|---|---|
| -11 | 2 | 3 | 4 |
|-----|---|---|---|

.

(d) Suponha que é dado um vector com n elementos *todos diferentes*. Neste caso, qual o número de deslocamentos que irá fazer o algoritmo que apresentou na alínea (a)?

(e) Será que a hipótese apresentada na alínea anterior corresponde ao *pior dos casos* para o seu algoritmo? Justifique convenientemente a sua resposta, apresentando novos cálculos de número de deslocamentos se a sua resposta for negativa.

(f) (D)escreva agora um procedimento para ordenar por ordem crescente um dado vector que tenha complexidade da $O(\log_2 n)$.

