

Leia com atenção as dez perguntas e justifique as respostas de forma sucinta e clara.

1. Disponha em sequência 10 objectos distintos, por exemplo as letras do conjunto  $\{A, E, I, O, U, B, C, D, F, G\}$ .

- ✓ (a) Em quantos casos é que a letra  $A$  e a letra  $D$  ficam lado a lado?
- ✓ (b) Em quantos casos é que a letra  $A$  e a letra  $B$  ficam separadas por 5 letras?

2. Escreva a função geradora das combinações formadas com as letras  $X, Y, Z$  que:

- ✓ (a) contenham pelo menos um  $Y$ .
- ✓ (b) contenham pelo menos um  $X$  e 2 ou 4  $Z$ 's.

3. De quantas maneiras distintas se podem sentar, numa mesa redonda, 5 homens e 5 mulheres de modo a que cada pessoa seja ladeada por duas do sexo oposto?

✓ 4. Num conjunto de 42 pessoas há 32 que falam italiano e 28 que falam sueco. No mínimo quantas falam as duas línguas?

✓ 5. Descreva um modelo combinatorio que lhe permita provar que, para qualquer inteiro  $n \geq 2$ , vale a igualdade:

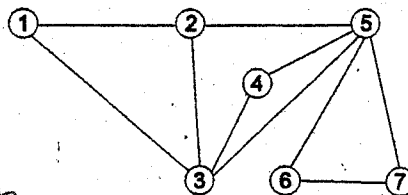
$$\binom{2n}{2} - 2\binom{n}{2} = n^2$$

6. Diga, mais uma vez justificando, se são verdadeiras ou falsas as afirmações:

- ✗ (a) Seja  $G$  um grafo conexo. Se  $|V_G| = k$  então a árvore geradora (abrange) de  $G$  tem  $(k - 1)$  arestas.
- ✓ (b) Um grafo bipartido é sempre euleriano.
- ✗ (c) Todo o subgrafo de um grafo bipartido é bipartido.
- ✓ (d) Um grafo sem ciclos é uma árvore.

Handwritten calculations:  
 $15,52 + \frac{2,8(4,48)}{27} = 2$   
 $4,19,04 + 12,544$

7. Considere o grafo:



Handwritten note: 15,52 -

$$\frac{2^n}{2^{4n}}$$

$$= \left(\frac{2}{2^4}\right)^n = \left(\frac{1}{2^3}\right)^n = \left(x - \frac{3}{2}\right)^n$$

$a_n$

$$f'(0) = a_k \cdot k!$$

$$0_1 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{8} \cdot 1 = \frac{1}{8} \neq \frac{32}{8}$$

(a) O grafo é:

- ✓ i. Regular?
- ✓ ii. Euleriano?
- ✓ iii. Hamiltoniano?
- ✓ iv. Bipartido?

× (b) Qual o seu número cromático?

× (c) Qual a soma de todas as entradas da matriz de adjacência do grafo?

8. Considere o digrafo:



× (a) Diga que tipo de conexão tem? *inla local*

✓ (b) Indique, se os houver, os poços e as fontes do digrafo.

9. Considere, de novo, o grafo do exercício 7.

× (a) Que dimensão tem o espaço dos ciclos? *4* *10 arestas* *3 vértices* *10 - 1 - 1 = 8*

× (b) Escolha uma árvore geradora e diga, indicando os seus vértices, quais os ciclos básicos associados a essa árvore.