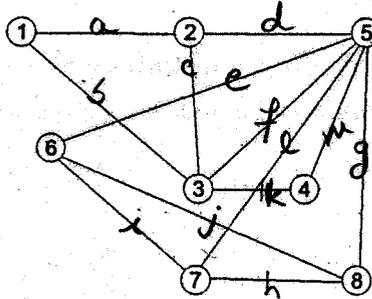


Leia com atenção as perguntas e justifique as respostas de forma sucinta e clara.

6 ① Considere o grafo G :



0,75
0,75
0,75
0,75
0,75
0,75
0,75
0,75

- ✓ (a) Qual o comprimento do seu maior ciclo? **5**
- ✓ (b) O grafo G é hamiltoniano? **Não**
- ✓ (c) Indique, se possível, um circuito euleriano. Caso contrário, justifique (de forma breve) a sua inexistência. **Não**
- ✓ (d) Existe algum subgrafo de G com número de vértices maior do que 3 e que seja completo? **{5,6,7,8}**
- ✓ (e) O grafo G é planar? **Sim**
- ✓ (f) Quantas arestas tem o seu complementar? **28** $2|A| = 2|V| \rightarrow$ **15**
- ✓ (g) Existe alguma orientação das arestas que transforme o grafo G num digrafo fortemente conexo?
- ✓ (h) Seja H um grafo isomorfo a G . Qual a soma de todas as entradas da matriz de incidência de H ? **26**

4 ② Diga, mais uma vez justificando, se são verdadeiras ou falsas as afirmações:

- ✓ F (a) Um digrafo unilateralmente conexo não tem fontes nem poços.
- ✓ F (b) Existe um grafo com 19 vértices em que todos os vértices têm grau sete.
- ✓ F (c) Um grafo bipartido com arestas pode ter número cromático ímpar.
- ✓ ✓ (d) Existe uma árvore com 6 vértices dos quais 2 vértices são de grau par e 4 são de grau ímpar.

2 ③ Considere a seguinte relação de recorrência:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
3	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
5	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
6	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0

$u_n = 4u_{n-1} - 4u_{n-2}$

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

✓ (a) Determine a sua solução geral. $a_n = \lambda_1 \cdot 2^n + \lambda_2 \cdot n \cdot 2^n$

✓ (b) Determine a sua solução particular para $u_0 = 1$ e $u_1 = 3$. $\lambda_1 = 1$; $\lambda_2 = \frac{1}{2}$

2 (4) Uma comissão (não vazia) vai ser criada a partir de um conjunto de 8 homens e 5 mulheres. Quantas comissões distintas se podem formar:

0,5 (a) se a comissão tiver exactamente 2 homens e 2 mulheres?

$\binom{3}{2} \binom{8}{2}$

0,75 (b) se a comissão tiver 4 pessoas e uma delas for a Dona Zeferina? $\binom{12}{3}$

0,75 (c) se a comissão tiver mais duas mulheres do que homens? $\binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}$

2 (5) Temos 12 objectos distintos para distribuir por 4 caixas. De quantos modos distintos o podemos fazer se:

1 ✓ (a) as caixas forem todas distintas e não houver restrições? 4^{12}

1 ✓ (b) as caixas forem todas iguais e nenhuma ficar vazia? $S(n, 4)$

2X (6) Prove que:

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i}^2 = \binom{2n}{n}$$

2 (7) Considere 6 números inteiros (não negativos) a_1, a_2, \dots, a_6 cuja soma é 600.

✓ (a) Mostre que há 2 desses números cuja soma é pelo menos 200.

X (b) Mostre que tem até várias escolhas para um tal par de números.

X (c) Imagine-se um matemático investigador. Que pergunta lhe ocorre fazer a seguir para investigar melhor este tema? E que resposta daria a essa pergunta?

7) (a) $(a_1 + a_2) + (a_3 + a_4) + (a_5 + a_6) = 600$

$\frac{600}{3} = 200$

$15,5 = n + \frac{2,8(20-n)}{2}$

$419,5 = 27n + 56 - 2,8n$

$14,97$