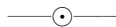


Frequência



1. Considere os dados fornecidos pela tabela

x_i	-1	0	1	2
y_i	1	-1	-1	1

Determine a equação da parábola que melhor se ajusta, no sentido dos mínimos quadrados, aos pontos dados.

2. Considere a seguinte tabela referente a uma função polinomial

x_i	-1	0	1	2	3	4
$p(x_i)$	-1	-3	-1	5	15	29

- (a) Mostre que $p(x)$ é um polinómio interpolador de grau 2.
 (b) Determine $p(10)$.
3. (a) Seja $f : \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ uma função duas vezes continuamente diferenciável em \mathbb{R}^1 e seja x uma raiz simples da equação $f(x) = 0$. Mostre que o método de Newton tem convergência local e quadrática para x .
 (b) Mostre que a equação não linear $x^5 + 2x - 1 = 0$ tem uma e uma só raiz real e efectue uma iteração do método de Newton para a determinação dessa raiz, com um ponto inicial à sua escolha.
4. Desenvolva o tema: “Resolução numérica de sistemas de equações lineares com matrizes não simétricas não singulares”.
5. Considere a definição de norma ℓ_2 matricial para uma matriz $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$:

$$\|A\|_2 = \max_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2}$$

- (a) Mostre que

$$\|A\|_2 = \max_{\|x\|_2=1} \|Ax\|_2$$

- (b) Mostre que

$$\|A\|_2 = \sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)}$$

onde $\lambda_{\max}(B)$ é o maior valor próprio da matriz simétrica B .

- (c) Mostre que se $c(A) = n < m$, então $\text{cond}_2(A^T A) = [\text{cond}_2(A)]^2$.

Cotações:

- | | | |
|----|-----|------|
| 1. | — | 1.5 |
| 2. | (a) | 1.25 |
| | (b) | 0.25 |
| 3. | (a) | 1.5 |
| | (b) | 1.5 |
| 4. | — | 1.0 |
| 5. | (a) | 0.75 |
| | (b) | 1.25 |
| | (c) | 1.0 |