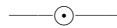


Mini-Teste 1



1. (a) Se  $A \in \text{SPD}$ , mostre que

$$\forall x \in \mathbb{R}^n \forall y \in \mathbb{R}^n |x^T A y| \leq \sqrt{x^T A x} \sqrt{y^T A y}$$

**Sugestão:**  $(x - \lambda y)^T A (x - \lambda y) \geq 0$  para quaisquer  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $y \in \mathbb{R}^n$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}^1$ .

- (b) Mostre que, se  $A \in \text{SPD}$ , então

$$\forall x \in \mathbb{R}^n \|x\|_A = \sqrt{x^T A x}$$

satisfaz os axiomas da norma vectorial.

2. Resolva o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 2 \end{cases}$$

usando a decomposição  $LU$  com escolha parcial de pivot.

3. (a) Mostre que se  $A \in \text{SPD}$  então  $A^{-1} \in \text{SPD}$ .  
(b) Mostre que se  $E \in \mathbb{R}^{n \times p}$  é uma matriz de característica  $p < n$  e  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  é uma matriz SPD, então

$$\det \begin{bmatrix} A & -E \\ E^T & 0 \end{bmatrix} > 0$$

**Cotações:**

1. (a) — 0.5  
1. (b) — 0.5  
2. — 1.0  
3. (a) — 0.5  
3. (b) — 0.5