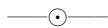


Frequência



1. Determine a solução de norma euclideana mínima do sistema

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_2 + 2x_3 + x_4 = 8 \end{cases}$$

usando a decomposição LDL^T da matriz das equações normais.

2. Considere a seguinte equação não linear

$$x^5 - 5x^3 + 10x - 5 = 0$$

- (a) Mostre que o intervalo $[0, 1]$ contém a maior raiz positiva da equação.
 (b) Mostre que a primeira iteração do método de Newton com ponto inicial $x_0 = 0$ obtém o mesmo ponto que a primeira iteração do método da bissecção com intervalo inicial $[0, 1]$.

3. (a) Mostre que existe e é único o polinómio $P(x)$ de grau $\leq n$ tal que

$$P(x_i) = f(x_i), \quad i = 0, 1, \dots, n$$

onde f é uma função definida no intervalo $[a, b]$ e

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$$

são $(n + 1)$ pontos dados.

- (b) Mostre que

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

recorrendo à interpolação polinomial.

4. Desenvolva o tema “Resolução de sistemas de equações lineares com matrizes quadradas simétricas não singulares”.
 5. Seja A uma matriz estritamente diagonalmente dominante por linhas com elementos diagonais positivos ($SRDD_+$). Mostre que

- (a) $(A|a_{11})$ existe e é uma matriz $SRDD_+$.
 (b) $\det(A) > 0$.
 (c) A simétrica $SRDD_+ \Rightarrow A \in PD$.
 (d) resultado (c) não é verdadeiro para A não simétrica.

Cotações:

- | | | |
|----|-----|--------|
| 1. | — | 2.5 |
| 2. | (a) | — 1.0 |
| | (b) | — 0.5 |
| 3. | (a) | — 0.75 |
| | (b) | — 0.75 |
| 4. | — | 1.5 |
| 5. | (a) | — 1.5 |
| | (b) | — 0.5 |
| | (c) | — 0.5 |
| | (d) | — 0.5 |