Departamento de Matemática da FCTUC
Ano 2008/2009
Licenciatura e Menor em Matemática
Data de entrega: Até 17 de Março

Matemática Numérica II
Problema de Fevereiro

Observação: Para a resolução dos problemas podem trabalhar em grupos de dois. Cada grupo submete apenas um trabalho com o nome completo dos dois na primeira página. No caso de a resolução do problema envolver o MATLAB todo o *input* e *output* relevante deve ser descrito. A organização e clareza das respostas também é avaliada.

1. O programa em MATLAB que se segue implementa o método de Newton em $\mathbb{R}^2$.

```
function z = newton(func, z0, iter)
syms x y
deriv = jacobian(sym(func), [x y]);
z = z_0;
for n = 1: iter
    D = double(subs(deriv,{x,y},z));
    F = double(subs(func,{x,y},z));
    z = z - inv(D)*F;
end
```

Por exemplo, para usar este programa e executar 5 iterações do método de Newton para determinar a solução do sistema

$$\begin{aligned} x + y &= 1 \\ x^2 + y^2 &= 2 \end{aligned}$$

com o dado inicial $x = 1, y = 0$, escreva:

```
newton('[x+y-1; x^2+y^2-2]',[1;0],5)
```

O *output* é um vector coluna com as 5 iterações.

Vamos resolver o sistema

$$\begin{aligned} x &= 8\cos(x + y) \\ y^3 &= 12\mathrm{sen}(x + y) \end{aligned}$$

(a) Detemine computacionalmente a solução do sistema usando o comando simbólico solve:

```
[x y] = solve('x = 8*cos(x+y)','y^3 = 12*sen(x+y)')
```

Este comando muito vezes consegue determinar soluções exactas para um sistema de equações, mas quando não consegue resolve o sistema numericamente. Verique se a solução dada é uma solução aproximada do sistema.

(b) Utilize o programa do Método de Newton dado acima com o dado inicial $x = y = 0$ para resolver o sistema. Escreva "format long" para ver mais casas decimais e mostre as sucessivas iterações até que duas iterações consecutivas sejam iguais em todas as casas decimais. Quando é que as iterações começam a estar próximas? Assim que começam a aproximar-se com que rapidez convergem as iterações? (Quantifique de alguma forma a sua resposta a esta pergunta).

(c) Por fim determine boas aproximações para todas as soluções do sistema. Necessita de tentar diferentes pontos iniciais para obter soluções diferentes. Uma vez que não sabemos antecipadamente quantas soluções tem o sistema ou se são grandes ou pequenas, pode ser difícil encontrar todas as soluções apenas por tentativas. Averigue se as soluções podem ser muito grandes, de forma a determinar um intervalo razoável para escolher a aproximação inicial. No relatório que entregar, indique apenas uma aproximação inicial, para cada solução do sistema encontrada.

2. Considere o sistema de equações não lineares

$$\begin{aligned} 3x_1^2 - 2x_1^2 x_2 + x_2^3 + 0.186 &= 0 \\ 2x_1^4 + x_1 x_2 - x_2^2 + 3.7918 &= 0 \end{aligned}$$

Considere $\mathbf{x}_0 = (1, -2)^T$. Calcule a norma infinito do erro $\mathbf{x}^* - \mathbf{x}_k$, $k = 0, 1, \ldots$ tomando em consideração que a solução exacta é dada por $\mathbf{x}^* = (1.1, -2.1)^T$.