Departamento de Matemática da FCTUC
Ano 2010/2011
Licenciatura e Menor em Matemática
Data de entrega: Até 3 de Março

Matemática Numérica II
Problema de Fevereiro

Observação: Para a resolução dos problemas podem trabalhar em grupos de dois. Cada grupo submete apenas um trabalho com o nome completo dos dois na primeira página. No caso de a resolução do problema envolver o MATLAB todo o *input* e *output* relevante deve ser descrito. O programa deve ser incluído e deve ter o menor número possível de linhas. A organização e clareza das respostas também é avaliada.

1. Seja $F : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ uma função vectorial. Seja F continuamente diferenciável em D e a matriz Jacobiana J contínua à Hölder em D, ou seja, verifica a seguinte condição

$$||J(x) - J(y)|| \leq \gamma ||x - y||^{\alpha}, \qquad x, y \in D$$

para $\alpha \in (0, 1]$. Prove que para todo o $x, x + p \in D$, com $[x, x + p] \subset D$ temos

$$||F(x + p) - F(x) - J(x)p|| \leq \frac{\gamma}{1 + \alpha} ||p||^{1+\alpha}.$$

2. (**MATLAB**) Vamos resolver o sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 & = & 2 \\ e^{x-1} + y^3 & = & 2 \end{cases}$$

(a) Determine, usando o método de Newton e a aproximação inicial $x_0 = [1.5 \quad 2]^T$ as iterações $x_1, \ldots, x_{15}$. [Escreva “format long” para ver mais casas decimais].

(b) Determine, usando o método de Broyden e a aproximação inicial $x_0 = [1.5 \quad 2]^T$, com a matriz inicial $A_0 = J(x_0)$ as iterações $x_1, \ldots, x_{15}$.

(c) Sabendo que a solução do sistema é $x_* = [1 \quad 1]^T$ verifique que tipo de convergência obteve para ambos os métodos.

(d) Escreva a matriz A_k do método de Broyden para a iteração $k = 9$ e $k = 10$. A matriz A_k vai a convergir para a matriz $J(x_*)$?