Optimização Combinatória | Segunda frequência
Universidade de Coimbra | 2 páginas
Professor João Soares | 1 de Junho de 2009

1. Considere o grafo da Figura 1, onde os números junto das arestas correspondem a pesos. Obtenha o corte mínimo global através do algoritmo de Stoer/Wagner analisado nas aulas.

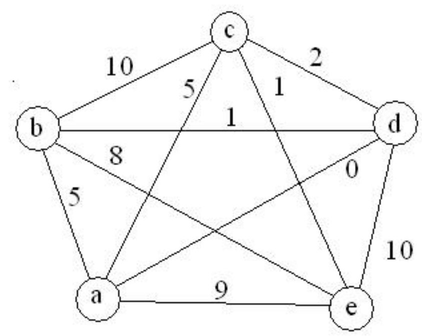

Figura 1: Um grafo com pesos nas arestas.

2. Seja $G = (V, E)$ um grafo bipartido tal que todo o vértice tem o mesmo grau.
   (a) Mostre que o poliedro P definido pelos $x \in \mathbb{R}^{|E|}$ tais que

$$\sum_{e \in \delta(v)} x_e = 1, \qquad \text{para todo } v \in V, \qquad (1a)$$

$$x_e \geq 0, \qquad \text{para todo } e \in E. \qquad (1b)$$

   é limitado e não vazio.
   (b) Conclua que todos os pontos extremos de P são vectores de zeros e uns.
   (c) Conclua que G possui um emparelhamento perfeito.

3. Considere o grafo da Figura 1, onde os números junto das arestas correspondem a distâncias, e exclua a aresta (a, e). Obtenha o percurso do Carteiro Chinês através do método descrito nas aulas.

4. O treinador da equipa de andebol de Águas Milagrosas possui seis jogadores de campo que devem ser distribuídos pelas seis posições de jogo. Cada um daqueles jogadores é especialista em apenas algumas das posições, de acordo com:

$$S_1 = \{3,5\}, \quad S_2 = \{5\}, \quad S_3 = \{1,6\},$$

$$S_4 = \{3\}, \quad S_5 = \{2,4,5\}, \quad S_6 = \{5,6\},$$

onde S_i identifica as posições de jogo nas quais o jogador i é especialista. Mostre ao treinador, que não percebe nada de OC, que é impossível formar uma equipa na qual todos os jogadores jogam em posições onde são especialistas. (Justifique adequadamente de acordo com conhecimentos adquiridos nas aulas).

5. Considere o problema do Caixeiro Viajante Assimétrico colocado sobre um digrafo completo e definido pela seguinte matriz de custos

$$(c_{ij}) = \begin{bmatrix} - & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 9 & - & 7 & 6 & 5 \\ 8 & 2 & - & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & - & 8 \\ 6 & 9 & 2 & 7 & - \end{bmatrix}$$

Obtenha um limite inferior para o valor óptimo (faça no máximo duas iterações com uma solução inicial bem escolhida).

6. Considere a seguinte equação linear Diofantina, onde b denota um parâmetro inteiro,

$$33x_1 + 30x_2 + 2x_3 = b.$$

   (a) Obtenha a Forma Normal de Hermite da matriz do sistema e caracterize os inteiros b para os quais o sistema linear possui solução inteira.

   (b) Caracterize todas as soluções inteiras desse sistema linear para $b = 3281608$.