Optimização Combinatória Exame (época de recurso)
Universidade de Coimbra 3 páginas
Professor João Soares 28 de Junho de 2010

---

1. Seja $G = (V, E)$ um grafo.

a. Formule os problemas de determinar o emparelhamento de máxima cardinalidade e de determinar a cobertura por vértices de mínima cardinalidade.

b. Se os requerimentos de integralidade nas variáveis forem ignorados, que relação existe entre respectivos os valores óptimos? Justifique.

2. Considere o grafo $G = (V, E)$ com custos da Figura 1.

a. Obtenha uma árvore geradora mínima. Indique claramente o algoritmo que utilizou.

b. Obtenha uma árvore geradora que inclua ambas as arestas ac e hj e que tenha custo mínimo. Justifique.

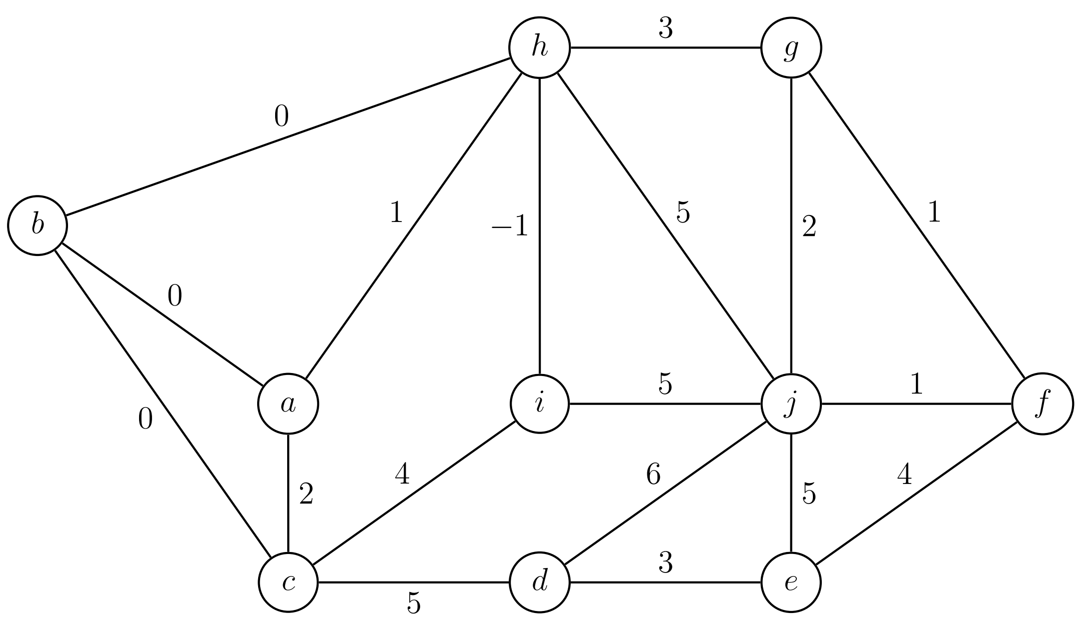

Figura 1:

3. Considere o grafo com pesos da Figura 1. Obtenha o corte que separa o conjunto de vértices $\{a, b, c\}$ do conjunto de vértices $\{f, g, j\}$ que tem custo mínimo.

4. O Diogo, o Pedro e a Catarina concordaram em ir juntos para o emprego no mesmo automóvel. Vivem nos vértices 1, 2 e 7 do grafo da Figura 2, respectivamente, que ilustra também as restantes ruas e cruzamentos da cidade onde moram. Decidiram encontrar-se todas as manhãs no vértice 10 para daí partirem juntos no mesmo automóvel. Os números ao lado dos arcos denotam tempos de travessia em minutos. Através da resolução de um único problema dos caminhos mais curtos descubra com que antecedência mínima deve cada um deles sair de casa?

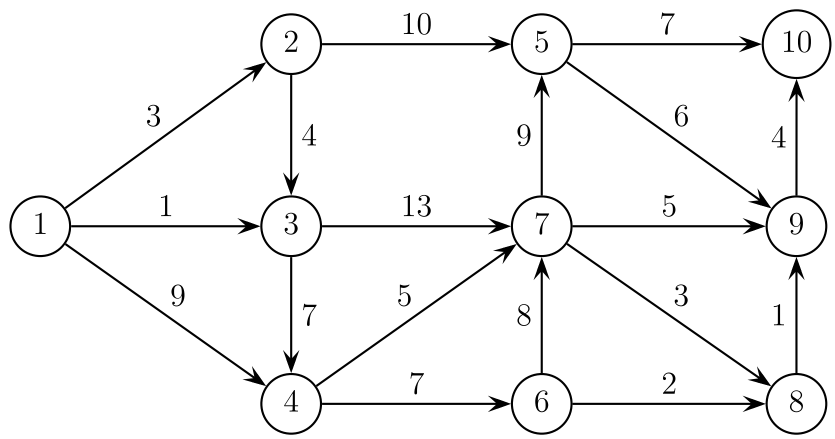

Figura 2:

5. Considere o digrafo $G = (V, E)$ da Figura 3 interpretando os números junto dos arcos como sendo capacidades.

a. Obtenha um fluxo-(r, s) de valor 8 e um dicorte-(r, s) mínimo.

b. Mostre que existe um único dicorte-(r, s) mínimo.

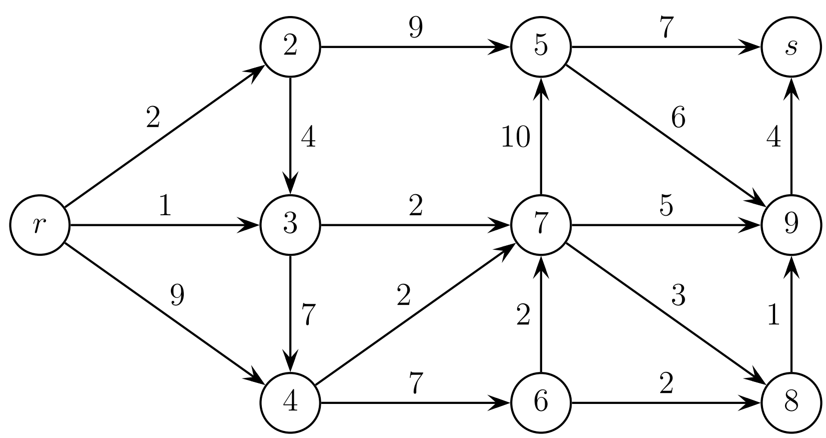

Figura 3:

6. Considere o seguinte problema de optimização:

$$\begin{array}{llcll} \max & 3x_1 + x_2 & & & \\ \text{s.a} & x_1 + x_2 & \leq & 5 & \\ & 5x_1 + x_2 & \leq & 15 & \\ & x_1,\ x_2 & \geq & 0 & \text{e inteiros.} \end{array}$$

a. Obtenha graficamente a solução óptima da relaxação linear.

b. Resolva o problema proposto pelo método *Branch & Bound* (graficamente). Descreva os seus passos sucintamente.