Optimização Combinatória | Segunda frequência
Universidade de Coimbra | 1 página
Professor João Soares | 27 de Maio de 2011

---

1. Seja A uma matriz $m \times n$ de inteiros, e de característica completa por linhas.

a. Que características deve ter A para estar na Forma Normal de Hermite?

b. Resolva a equação Diofantina $3x_1 + 2x_2 - 7x_3 = b$, em função do inteiro b.

2.

a. Defina matriz Totalmente Unimodular.

b. Enuncie o Teorema de Ghouila-Houri.

c. Seja A a matriz de incidência vértice-aresta de um grafo bipartido. Mostre que matriz A' que resulta de A por acréscimo de uma linha de tudo-uns é Totalmente Unimodular.

3. Seja $G = (V, E)$ um ciclo ímpar com $2k+1$ vértices, para $k \geq 2$, e seja $S = P \cap \mathbb{Z}^{2k+1}$ com P um poliedro definido pelas seguintes desigualdades:

$$\sum_{e \in \delta(v)} x_e \leq 1, \qquad \text{para todo } v \in V, \tag{1a}$$

$$x_e \geq 0, \qquad \text{para todo } e \in E. \tag{1b}$$

a. Mostre que $\operatorname{conv.hull}(S)$ está estritamente contido em P.

b. Mostre que $\dim(\operatorname{conv.hull}(S)) = 2k+1$.

c. Mostre que todas as restrições (1) induzem facetas de $\operatorname{conv.hull}(S)$.

d. Mostre que a seguinte desigualdade é válida para $\operatorname{conv.hull}(S)$,

$$\sum_{e \in E} x_e \leq k. \tag{2}$$

(Nota: é possível mostrar que (1)-(2) caracterizam $\operatorname{conv.hull}(S)$ completamente).