Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

2ª frequência de Programação Linear: 14-12-2007

Duração: 1h30m

1. Considere o problema:

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcrcrcrcrcrcrcr}
\min & 5x_{12} & + & x_{13} & + & 2x_{24} & + & 6x_{25} & + & 3x_{32} & + & 4x_{34} & + & 5x_{35} & + & 2x_{43} & + & 7x_{45} & & \\
\text{s. a} & x_{12} & + & x_{13} & & & & & & & & & & & & & & & = & 50 \\
 & -x_{12} & & & + & x_{24} & + & x_{25} & - & x_{32} & & & & & & & & & = & -40 \\
 & & - & x_{13} & & & & & + & x_{32} & + & x_{34} & + & x_{35} & - & x_{43} & & & = & 0 \\
 & & & & - & x_{24} & & & & & - & x_{34} & & & + & x_{43} & + & x_{45} & = & 10 \\
 & & & & & & - & x_{25} & - & & & & & x_{35} & & & - & x_{45} & = & -20 \\
 & x_{12} & , & x_{13} & , & x_{24} & , & x_{25} & , & x_{32} & , & x_{34} & , & x_{35} & , & x_{43} & , & x_{45} & \geq & 0
\end{array}
$$

(a) Escreva a formulação do problema Fase I do problema dado, associado à árvore geradora de custo mínimo da rede e indique uma sua solução básica admissível.

(b) Aplique uma iteração do método simplex ao problema dado, partindo da solução básica definida por $J = \{(1,2),(1,3),(3,5),(4,5)\}$. Verifique se obteve a solução óptima.

(c) Descreva um método para determinar uma solução básica admissível inicial deste problema, com base num métodos para encontrar uma solução inicial em problemas de transportes.

(d) Formule o problema de transportes como um programa linear e deduza a condição de optimalidade para o resolver pelo método simplex.

2. Considere uma rede conexa com custos de arcos todos distintos e responda, justificando, às seguintes questões:

(a) Existe um único caminho de menor custo entre um dado par de nós?

(b) Existe uma única árvore geradora de menor custo?

3. (a) Defina fluxo admissível entre dois nós de uma rede e valor de um fluxo.

(b) Começando com o fluxo $x_{12} = 5$, $x_{45} = 7$ e 0 para os restantes arcos, determine o corte com menor capacidade entre os nós 1, 4 e os nós 2, 5, na seguinte rede:

(i,j)	$(1,2)$	$(1,3)$	$(2,4)$	$(3,2)$	$(3,4)$	$(3,5)$	$(4,3)$	$(4,5)$
u_{ij}	5	1	2	3	4	5	2	7