Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Programação Linear

Ano Lectivo 2008/2009 — 28 Novembro, 2008

Mini-Teste 3

1. Numa cidade há três fábricas F_1, F_2 e F_3 que produzem diariamente 20, 40 e 40 toneladas de um determinado produto respectivamente e o fornecem a três postos de venda V_1, V_2 e V_3. Sabe-se que cada um dos postos de venda deve vender 10, 40 e 50 toneladas respectivamente e que os custos de transporte de cada tonelada das fábricas para os postos de venda são dados pela seguinte tabela

	j		
i	V_1	V_2	V_3
F_1	10	4	8
F_2	12	3	7
F_3	1	3	2

   (a) Formule o problema de transportes correspondente.

   (b) Determine a solução óptima do problema.

2. (a) Considere o programa linear

$$\begin{array}{rl} \text{Minimize} & c^T x \\ \text{sujeito a} & Ax = b \\ & l_j \leq x_j \leq u_j,\ j = 1, 2, \ldots, n \end{array}$$

com $-\infty \leq l_j < u_j \leq +\infty$, A uma matriz de ordem $m \times n$ com característica $m < n$, $b \in \mathbb{R}^m$, $c, x \in \mathbb{R}^n$. Seja $\overline{x}$ uma solução básica admissível não degenerada associada a uma partição $\{J, L, U\}$, com J o conjunto das variáveis básicas e L , U os conjuntos das variáveis não básicas fixas nos limites inferiores e superiores respectivamente. Mostre que se a solução dual π associada a essa partição é admissível e não degenerada, então $\overline{x}$ e π são as únicas soluções óptimas do programa linear e do seu dual respectivamente.

   (b) Considere o programa linear

$$\begin{array}{rl} \text{Minimize } z = & x_1 - x_2 \qquad\qquad - 2x_4 \\ \text{sujeito a} & x_1 + x_2 - x_3 \qquad\quad = 1 \\ & 2x_1 - 4x_2 \qquad + 2x_4 = 2 \\ & x_1 \geq 0,\ -1 \leq x_2 \leq 3,\ x_3 \leq 0,\ 1 \leq x_4 \leq 5 \end{array}$$

Mostre que $\overline{x} = (0, 1, 0, 3)^T$ é a única solução óptima desse programa, e determine a única solução óptima do seu dual.

Cotações:

1. (a) — 0.25
   (b) — 0.75
2. (a) — 0.5
   (b) — 0.5