Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Programação Linear

Ano Lectivo 2009/2010 | 18 Dezembro, 2009

Frequência

1. Considere o seguinte programa linear

$$\begin{array}{rrrrcl} \text{Minimize} & 3x_1 & & +x_3 & & \\ \text{sujeito a} & x_1 & -2x_2 & & \geq & 2 \\ & 2x_1 & -3x_2 & +x_3 & = & 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 & & & & \end{array}$$

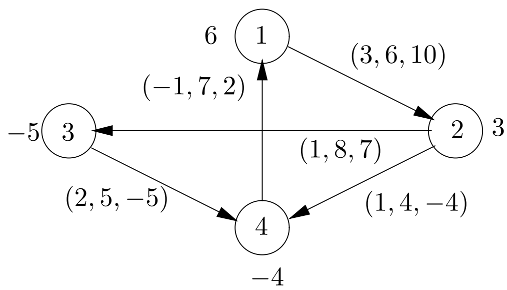
   (a) Mostre que a solução $\overline{x} = (0, 0, 5)^T$ é básica primal não admissível e dual admissível.

   (b) Escreva o programa linear Fase 1 associado à solução básica da alínea anterior.

   (c) Determine uma solução óptima do programa linear usando o método dual simplex e iniciando o processo com a solução básica da alínea (a).

   (d) Mostre que o Dual do programa linear dado tem uma única solução óptima e determine-a.

2. Considere o problema de fluxo de custo mínimo associado à rede $G = (V, E)$



onde em cada aresta $(i, j) \in E$ as componentes de (l_{ij}, u_{ij}, c_{ij}) representam os limites inferiores e superiores e o custo unitário associados e o número real associado a cada nó $i \in V$ representa a quantidade de fluxo b_i.

   (a) Mostre que a partição de E definida por $J = \{(2, 3), (2, 4), (4, 1)\}$, $L = \{(3, 4)\}$, $U = \{(1, 2)\}$ fornece uma solução básica admissível.

   (b) Determine a solução óptima do problema usando o método simplex e iniciando com a solução básica apresentada na alínea (a).

3. Considere o programa linear

$$\begin{array}{rl} \text{Minimize} & c^T x \\ \text{sujeito a} & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

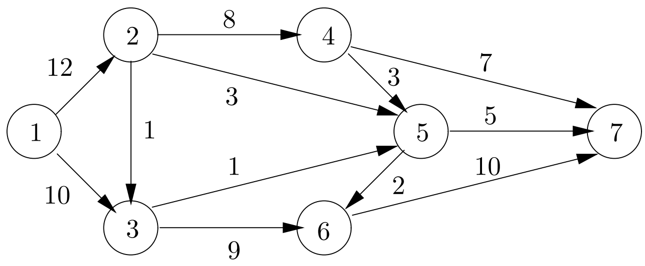
onde A é uma matriz de ordem $m \times n$, com $m < n$, $b \in \mathbb{R}^m$ e $c \in \mathbb{R}^n$ é um vector não nulo.

(a) Enuncie e demonstre o teorema fundamental da dualidade linear.

(b) Mostre que se o sistema $A^T u = c$ é impossível, então toda a solução óptima $\overline{x}$ do programa linear tem de ter pelo menos uma componente nula.

4. Desenvolva o tema: "Resolução numérica de problemas de fluxo de custo mínimo".

5. Considere a seguinte rede $G = (V, E)$



onde o número real em cada aresta (i, j) representa a capacidade máxima u_{ij}.

(a) Formule o problema de fluxo máximo entre o nó 1 e o nó 7 como um problema de fluxo de custo mínimo.

(b) Mostre que o problema de fluxo máximo entre o nó 1 e o nó 7 tem solução.

Cotações:

1 -	3.0 (0.75+0.75+1.0+0.5)
2 -	2.0 (0.75+1.25)
3 -	2.5 (1.0+1.5)
4 -	1.0
5 -	1.5 (1.0+0.5)