Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Programação Linear

Ano Lectivo 2010/2011 — 27 Janeiro, 2011

Exame Época de Recurso

1. Considere o programa linear

$$\begin{array}{rrrrrcl} \text{Minimize} & 2x_1 & -x_2 & +x_3 & +x_4 & & \\ \text{sujeito a} & x_1 & -4x_2 & & +x_4 & = & 2 \\ & 2x_1 & -3x_2 & -x_3 & & = & 3 \\ & \multicolumn{6}{l}{x_i \geq 0,\ i = 1, 2, 3, 4} \end{array}$$

   (a) Verifique se a solução básica de variáveis básicas x_3 e x_4 é primal ou dual admissível.

   (b) Determine a solução óptima do programa usando um método à sua escolha e iniciando o processo com a solução básica definida na alínea anterior.

   (c) Determine a solução óptima do dual por dois processos distintos e mostre que é única.

2. O Director da Rodoviária vê-se frequentemente perante o problema de escolher as rotas de autocarros de passageiros estacionados em três garagens G_i da empresa para três localidades L_j da sua rede de exploração. As garagens têm 20, 40 e 40 autocarros disponíveis, são necessários 10, 40 e 50 autocarros para as três localidades e os tempos de duração para um autocarro atingir a localidade L_j a partir da garagem G_i são dados pela tabela

	j		
i	L_1	L_2	L_3
G_1	10	4	8
G_2	12	3	7
G_3	1	3	2

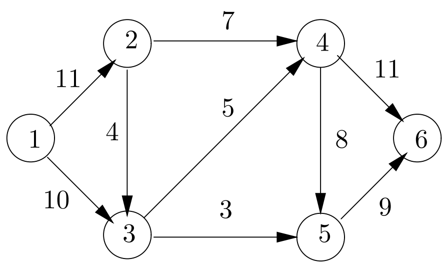
   O Director pretende um plano de distribuição dos autocarros pelas localidades de forma a minimizar o tempo total nas viagens dos veículos.

   (a) Formule o problema de optimização.

   (b) Mostre que o problema de optimização tem solução óptima.

   (c) Determine a solução óptima desse problema.

3. Considere a rede $G = (V, E)$



   onde o número real em cada aresta (i, j) representa a sua capacidade.

   (a) Formule o problema de fluxo máximo do nó 1 ao nó 6 como um problema de fluxo de custo mínimo.

   (b) Mostre que o problema de fluxo máximo tem solução óptima.

4. Desenvolva o tema "Métodos simplex para a resolução de problemas lineares e de fluxo de custo mínimo".

5. Considere o programa linear

$$\begin{array}{rl} \text{Minimize} & c^T x \\ \text{sujeito a} & Ax = b \\ & 0 \leq x \leq u \end{array}$$

com $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ de característica $m < n$, $b \in \mathbb{R}^m$, $c, u \in \mathbb{R}^n$ dados.

(a) Determine o dual desse programa.

(b) Mostre que se o programa dado é admissível, então esse programa e o seu dual têm soluções óptimas e os valores óptimos são iguais.

(c) Determine a solução óptima do programa

$$\begin{array}{rl} \text{Minimize} & c^T x \\ \text{sujeito a} & 0 \leq x \leq u \end{array}$$

6. Considere a função $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^1$ definida por

$$f(x) = \max\{ c^T x, \|x\|_1 \}$$

com $c \in \mathbb{R}^n$ dado e $\|x\|_1$ a norma ℓ_1 do vector x dada por

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |x_i|.$$

Mostre que o programa

$$\begin{array}{rl} \text{Minimize} & f(x) \\ \text{sujeito a} & Ax = b \end{array}$$

é equivalente a um programa linear.

Cotações:

1.	(a)	–	1.5
	(b)	–	2.0
	(c)	–	2.0
2.	(a)	–	1.0
	(b)	–	1.5
	(c)	–	2.0
3.	(a)	–	1.5
	(b)	–	1.0
4.		–	2.0
5.	(a)	–	1.0
	(b)	–	1.5
	(c)	–	1.0
6.		–	2.0