Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Programação Linear

Ano Lectivo 2010/2011 — 3 Dezembro, 2010

Mini-Teste 2

1. Considere o programa linear

$$\begin{array}{rl} \text{Minimize} & x_1 + 2x_2 \\ \text{sujeito a} & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 - 2x_2 \geq 2 \\ & x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{array}$$

   (a) Mostre que a solução básica de variáveis não básicas x_1 e x_2 é primal não admissível e dual admissível.

   (b) Resolva o programa linear usando um algoritmo à sua escolha.

2. (a) Considere o programa linear

$$\begin{array}{rl} \text{Minimize} & c^T x \\ \text{sujeito a} & Ax = b \\ & l_j \leq x_j \leq u_j,\ j = 1, 2, \ldots, n \end{array}$$

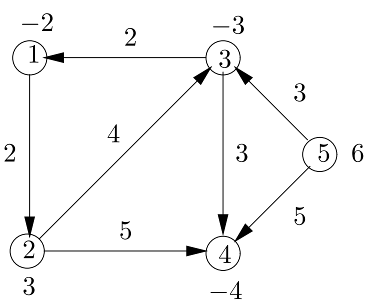
   com $-\infty \leq l_j < u_j \leq +\infty$, A uma matriz de ordem $m \times n$ com característica $m < n$, $b \in \mathbb{R}^m$, $c, x \in \mathbb{R}^n$. Seja $\overline{x}$ uma solução básica admissível associada a uma partição $\{J, L, U\}$, com J o conjunto das variáveis básicas e L , U os conjuntos das variáveis não básicas fixas nos limites inferiores e superiores respectivamente. Mostre que se a solução dual π associada a essa partição é admissível e não degenerada, então $\overline{x}$ é a única solução óptima desse programa linear.

   (b) Considere o programa linear

$$\begin{array}{rl} \text{Minimize } z = & x_1 - x_2 \phantom{{}- x_3} - 2x_4 \\ \text{sujeito a} & x_1 + x_2 - x_3 \phantom{{}+2x_4} = 1 \\ & 2x_1 - 4x_2 \phantom{{}-x_3} + 2x_4 = 2 \\ & x_1 \geq 0,\ -1 \leq x_2 \leq 3,\ x_3 \leq 0,\ 1 \leq x_4 \leq 5 \end{array}$$

   Mostre que $\overline{x} = (0, 1, 0, 3)^T$ é a única solução óptima desse programa.

3. Considere a seguinte rede $G = (V, E)$:



onde o número real associado a cada nó i representa a quantidade de fluxo b_i e o número real c_{ij} associado a cada aresta representa o respectivo custo unitário.

(a) Mostre que a partição de E definida por

$$J = \{(2,4), (3,1), (3,4), (5,3)\}, \;\; L = E - J$$

fornece uma solução básica admissível para o Problema de Fluxo de Custo Mínimo em G.

(b) Determine a solução óptima para o Problema de Fluxo de Custo Mínimo em G usando o método simplex com a solução inicial obtida em (a).

Cotações:

1.	(a)	—	0.5
	(b)	—	0.75
2.	(a)	—	0.75
	(b)	—	0.5
3.	(a)	—	0.25
	(b)	—	0.75