

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
Teste de Probabilidades

Duração: 30m

16-11-06

Observação: A resolução completa das questões apresentadas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

1. Seja X uma variável aleatória real (v.a.r.) definida sobre (Ω, \mathcal{A}, P) absolutamente contínua de densidade f .

- a) Usando a definição de v.a.r. difusa prove que a v.a.r. X é difusa.
- b) Exprima, justificando convenientemente, $P(X \geq a)$ em função da densidade f (a arbitrariamente fixo em \mathbb{R}).
- c) Considere $Y = 1 - e^{-X}$. Justifique que Y é uma v.a.r. e diga em que condições existe valor médio de Y , definindo-o nesse caso.

2. O número de acidentes que ocorrem semanalmente em determinada rotunda de uma certa cidade é bem descrito por uma v.a.r. X de função de distribuição F definida por

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0 \\ \sum_{i=0}^k e^{-1.5} \frac{1.5^i}{i!}, & \text{se } k \leq x < k+1, k \in \mathbb{N}_0. \end{cases}$$

- a) Mostre que X é uma v.a.r. discreta e indique a sua função de probabilidade.
- b) Obtenha o número máximo de acidentes que, com 99.9% de probabilidade, ocorrem semanalmente no referido cruzamento.
- c) Calcule o número médio de acidentes que ocorrem, por semana, nesse cruzamento.