

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA  
**Teste de Probabilidades**

**Duração:** 15 m

04-10-07

**Observação:** A resolução completa das questões apresentadas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

Considere o espaço probabilizável  $([-1, 1], \mathcal{A})$  onde  $\mathcal{A}$  é a  $\sigma$ -álgebra gerada pela classe dos intervalos contidos em  $[-1, 1]$ . Seja  $P$  uma probabilidade definida em tal espaço e verificando

$$\forall a, b \in ]-1, 1[, P([a, b]) = \frac{b - a}{2}.$$

1. Mostre que  $\{-1, 1\}$  é um acontecimento de  $\mathcal{A}$  e calcule a sua probabilidade.
2. Seja  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$  uma sucessão de acontecimentos de  $\mathcal{A}$  tal que

$$\forall n \in \mathbb{N}, A_n = \left] -\frac{1}{n}, \frac{1}{n} \right[.$$

- a) Mostre que a sucessão  $(A_n)$  tem limite e determine o seu valor.
  - b) Determine a probabilidade do acontecimento  $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$ .
3. Deduza das alíneas anteriores a probabilidade do acontecimento

$$B = \{-1, 0, 1\}.$$