

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
Teste de Probabilidades

Duração: 15 m

04-10-07

Observação: A resolução completa das questões apresentadas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

Considere o espaço probabilizável $([-1, 1], \mathcal{A})$ onde \mathcal{A} é a σ -álgebra gerada pela classe dos intervalos contidos em $[-1, 1]$. Seja P uma probabilidade definida em tal espaço e verificando

$$\forall a, b \in]-1, 1[, P([a, b]) = \frac{b - a}{2}.$$

1. Mostre que $\{-1, 1\}$ é um acontecimento de \mathcal{A} e calcule a sua probabilidade.
2. Seja $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ uma sucessão de acontecimentos de \mathcal{A} tal que

$$\forall n \in \mathbb{N}, A_n = \left] -\frac{1}{n}, \frac{1}{n} \right[.$$

- a) Mostre que a sucessão (A_n) tem limite e determine o seu valor.
 - b) Determine a probabilidade do acontecimento $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$.
3. Deduza das alíneas anteriores a probabilidade do acontecimento

$$B = \{-1, 0, 1\}.$$