Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Teste de Probabilidades

Duração: 15 m 11-10-07

Observação: A resolução completa das questões apresentadas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

Considere um espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ e seja $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ uma sucessão de acontecimentos de $\mathcal{A}$.

1. Supondo que existe o acontecimento $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n$, prove que $P\left(\lim\limits_{n\to+\infty} A_n\right) = \lim\limits_{n\to+\infty} P(A_n)$.

2. Considere agora o espaço probabilizável $([-2,2], \mathcal{B})$, onde $\mathcal{B}$ é a σ-álgebra gerada pela classe dos intervalos contidos em $[-2,2]$, e seja P uma probabilidade definida em tal espaço e verificando

$$\forall a, b \in [-2,2],\ P([a,b]) = \frac{b-a}{4}.$$

Considere a sucessão de elementos de $\mathcal{B}$, $(B_n)_{n\in\mathbb{N}}$, tal que $B_n = \left[-1-\frac{1}{n}, 1-\frac{1}{n}\right]$.

a) Mostre que a sucessão (B_n) tem limite e determine o seu valor.

b) Determine a probabilidade do acontecimento $\lim\limits_{n\to+\infty} B_n$.