

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA  
**Teste de Probabilidades**

**Duração:** 20 m

14-12-07

**Observação:** A resolução completa das questões apresentadas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

Consideremos a população das famílias de certa região com três filhos no máximo. Seja  $(X, Y)$  o vector aleatório que descreve, respectivamente, o número de filhos do sexo masculino e do sexo feminino de cada família. Na tabela seguinte indicam-se os valores das probabilidades dos acontecimentos  $\{X = i, Y = j\}$ ,  $(i, j) \in \{0, 1, 2, 3\}^2$ .

$i \setminus j$	0	1	2	3
0	0.15	0.1	0.0875	0.0375
1	0.1	0.175	0.1125	0
2	0.0875	0.1125	0	0
3	0.0375	0	0	0

1. Indique o suporte da lei de  $(X, Y)$  e calcule a probabilidade do acontecimento  $\{0 < X \leq 2\}$ .
2. Obtenha a função de probabilidade marginal de  $Y$  e a correspondente função de distribuição.
3. Qual a percentagem de famílias que têm, no máximo, um rapaz?
4. Calcule o valor da função de distribuição de  $(X, Y)$  no ponto  $(1, 2)$ .
5. Serão  $X$  e  $Y$  variáveis aleatórias reais independentes?