

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
Teste de Probabilidades

Duração: 20 min

04-03-08

Observação: A resolução completa das questões apresentadas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

- I. Seja \mathcal{A} a σ -álgebra gerada pela classe dos intervalos contidos em $]1, +\infty[$. Considere a sucessão $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de elementos de \mathcal{A} definida por

$$A_n = \left] a - \frac{1}{n}, b + \frac{1}{n} \right], \quad n \in \mathbb{N},$$

onde $a, b \in [2, +\infty[$, com $b \geq a$.

1. Mostre que a sucessão $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tem limite e determine-o.
2. Considere agora o espaço de probabilidade $(]1, +\infty[, \mathcal{A}, P)$, com P tal que

$$P([x, y]) = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \quad \forall x, y \in]1, +\infty[\text{ e } x < y.$$

- a) Determine a probabilidade do acontecimento $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$.
 - b) Mostre que o conjunto singular $\{3\}$ é um elemento de \mathcal{A} de probabilidade nula.
- II. Na terapêutica de determinada doença um médico receita aos seus doentes pelo menos um de dois medicamentos, A e B . Em 70% dos casos o médico receita o medicamento A , sendo de 40% a percentagem correspondente para o medicamento B .
- É introduzido no mercado um novo medicamento C para complementar o efeito dos dois já existentes. Para analisar o efeito do medicamento C , o médico receita-o a 30% dos doentes que só tomam A , a 60% dos que apenas tomam B e a 10% dos que tomam A e B .
- Determine a probabilidade de que o médico não receite o medicamento C a um dos referidos doentes, escolhido ao acaso.