Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Teste de Probabilidades

Duração: 45 m 19-03-09

Observação: A resolução completa das questões apresentadas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

1. Considere um espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ e sejam A, B e C acontecimentos deste espaço.

a) Prove que se A, B e C são acontecimentos independentes entre si então A é independente de $B^c \cap C^c$.

b) Suponha que A e B são acontecimentos incompatíveis e que C é independente de A e C é independente de B. Prove que os acontecimentos C e $A \cup B$ são independentes.

c) Considere a experiência aleatória $\mathcal{E}$: "Lançamento de um dado duas vezes consecutivas e observação da face exposta". Sejam E, F e G os seguintes acontecimentos:

E :"A face com o número 4 não ocorre no primeiro lançamento";

F :"A face com o número 3 não ocorre no segundo lançamento";

G :"O total de pontos obtidos nos dois lançamentos é 7".

i. Construa o espaço de probabilidade associado à experiência aleatória considerada e identifique nesse espaço os acontecimentos E, F e G.

ii. Prove que o acontecimento G é independente do acontecimento E e do acontecimento F.

iii. Mostre que G não é independente do acontecimento $F \cup G$.

iv. Justifique e afirmação: "Os acontecimentos E, F e G não são independentes entre si nem contradizem a propriedade expressa na alínea b)".

2. Numa região sujeita a determinada doença epidémica, vacinou-se 25% da população contra essa doença. Durante uma epidemia verificou-se que, entre as pessoas que contraíram a doença, 20% estavam vacinadas e que uma em cada doze das pessoas vacinadas contraiu a doença.

a) Qual a percentagem de pessoas doentes durante a epidemia?

b) Qual a probabilidade de que um indivíduo não vacinado tenha contraído a doença?