Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Mestrado em Matemática e Mestrado em Métodos Quantitativos em Finanças

2010/2011

Séries temporais

Projecto Computacional

Modelação e previsão de uma série temporal

PARTE I. Geração e representação gráfica de uma série temporal

Pretende-se gerar uma série temporal $Y = (Y_t,\ t \in \{1,\ 2,\ ..., T^*\})$, verificando uma representação AR(2)-ARCH(q)

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t,$$

onde $\varphi_1 \in \mathbb{R}, \varphi_2 \in \mathbb{R}$ e $\varepsilon = (\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z})$ é um processo de erro verificando um modelo ARCH(q) definido por

$$\begin{cases} \varepsilon_t = \sqrt{h_t} Z_t \\ h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \, \varepsilon_{t-i}^2 \end{cases},$$

com $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0,\ i = 1, 2, ..., q$ e $Z = (Z_t,\ t \in \mathbb{Z})$ um ruído branco independente e reduzido.

1. Escolha valores fixos para $\varphi_1,\ \varphi_2,\ q,\ \alpha_0$ e $\alpha_i\ \ (i = 1,\ ...,\ q)$ por forma a que a série associada seja estacionária.

2. Gere T^* observações de Z, fixando uma lei de probabilidade marginal nas condições requeridas (considere $T^* >> q$).

3. Obtenha a série "processo de erro" $(\varepsilon_t,\ t \in \ \{1,\ 2, ...,\ T^*\})$ considerando nulos os valores iniciais necessários à sua geração.

4. Obtenha a série simulada $(Y_t,\ t \in \ \{1,\ 2,\ ...,\ T^*\})$ considerando também nulos os valores iniciais necessários à sua geração.

5. Represente graficamente uma trajectória de cada uma das séries simuladas.

PARTE II. Modelação de uma série de dados temporais

Pretende-se agora ajustar um modelo estocástico de séries temporais a uma série de dados observada.

Escolha como série observada a sequência de valores de $(Y_t,\ t \in \ \{1,\ 2,\ ..., T\})$, com $T < T^*$, obtida na primeira parte.

1. a) Calcule as autocovariâncias, autocorrelações e autocorrelações parciais empíricas da série observada usando o software sugerido e faça as respectivas representações gráficas.

b) Valide, parcialmente, o software utilizado mediante a comparação dos valores obtidos na alínea anterior com

- os provenientes de resultados teóricos

- os provenientes da programação do cálculo, por definição ou algoritmo de Durbin, daqueles resumos empíricos.

2. Recorrendo aos teoremas de caracterização, identifique um modelo ARMA que possa associar-se à série observada e estime os correspondentes parâmetros.

3. Analise a série dos resíduos obtidos:

a) Averigue se tal série é compatível com a hipótese de ruído branco.

b) Verifique se há presença de heteroscedasticidade condicional nesta série e, em caso afirmativo, ajuste-lhe um modelo conveniente.

4. Com base no modelo retido na etapa anterior preveja os valores futuros da série observada, detalhando

a) a previsão dos valores Y_{T+1}, $Y_{T+2}, \ldots$

b) as previsões dos erros e da respectiva variância condicional.

5. Compare os resultados estimados com os obtidos inicialmente por simulação.

Observação. O estudo solicitado nas I e II Partes deve contemplar alguma análise de sensibilidade, concretamente através de variação de parâmetros ou da lei de probabilidade marginal de Z. A escolha $\varphi_2 = 0$ deve também ser analisada.

PARTE III. Modelação e previsão da cotação diária de uma acção do Índice PSI 20.

Considere agora a série temporal relativa às cotações de fecho diárias de uma acção do Índice PSI 20 do mercado *Euronext* de Lisboa (EDP Renováveis, Jerónimo Martins - SGPS, Cimpor - Cimentos de Portugal ou Portucel) de 19/9/2008 a 16/9/2010, dadas em anexo.

Analise a adequação de um modelo estocástico da classe ARMA-ARCH para reflectir a dinâmica subjacente a esta série temporal.