

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
TEORIA DOS NÚMEROS

1º Teste

Prova B

5 de Novembro de 2004

Duração: 30m

Não é permitido o uso de calculadora. Justifique resumidamente todas as afirmações que efectuar. Responda no enunciado e não escreva a lápis nem a vermelho.

Nome : _____

1. (0,4 valores)

Usando o princípio de indução matemática prove que

$$1^2 \times 2 + 2^2 \times 4 + \dots + n^2 \times (2n) = \frac{n^2(n+1)^2}{2}, \quad \text{para todo o } n \in \mathbb{N}.$$

2. Em cada uma das alíneas seguintes diga, sem justificar, se a afirmação feita é verdadeira ou falsa.

(a) Para quaisquer $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, os inteiros $\frac{a}{(a,b)}$ e $\frac{b}{(a,b)}$ são primos entre si.

(b) Para quaisquer inteiros a, b e c , se $(a,b) = 1$ e $(b,c) = 1$ então $(a,c) = 1$.

(c) Para quaisquer inteiros a e b , primos entre si, e qualquer número primo p ,

$$(ap, b) = (b, p).$$

A cotação (em valores) na pergunta 2 será atribuída mediante o número de respostas certas e respostas erradas, de acordo com a tabela seguinte.

R. certas \ R. erradas	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0,2	0,1	0	x
2	0,4	0,3	x	x
3	0,6	x	x	x

A escolha simultânea de duas opções numa alínea fará com que a resposta seja considerada errada.
