

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
TEORIA DOS NÚMEROS

1º Teste

Prova A

5 de Novembro de 2004

Duração: 30m

Não é permitido o uso de calculadora. Justifique resumidamente todas as afirmações que efectuar. Responda no enunciado e não escreva a lápis nem a vermelho.

Nome : _____

1. (0,4 valores)

Usando o princípio de indução matemática prove que

$$(1^3 - 1) + (2^3 - 2) + \dots + (n^3 - n) = \frac{(n-1)n(n+1)(n+2)}{4}, \quad \text{para todo o } n \in \mathbb{N}.$$

2. Em cada uma das alíneas seguintes diga, sem justificar, se a afirmação feita é verdadeira ou falsa.

(a) Para quaisquer inteiros a, b e c , se $a \mid bc$ então $a \mid b$ ou $a \mid c$.

(b) Para quaisquer $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, se $(a, b) = ax_0 + by_0$, com $x_0, y_0 \in \mathbb{Z}$, então $(x_0, y_0) = 1$.

(c) Para quaisquer inteiros a e b , primos entre si, e qualquer número primo p ,

$$(ab, p) = (a, p)(b, p).$$

A cotação (em valores) na pergunta 2 será atribuída mediante o número de respostas certas e respostas erradas, de acordo com a tabela seguinte.

| R. certas \ R. erradas | 0 | 1 | 2 | 3 |
|------------------------|-----|-----|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0,2 | 0,1 | 0 | x |
| 2 | 0,4 | 0,3 | x | x |
| 3 | 0,6 | x | x | x |

A escolha simultânea de duas opções numa alínea fará com que a resposta seja considerada errada.
