

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA  
TEORIA DOS NÚMEROS

1º Teste

Prova A

5 de Novembro de 2004

Duração: 30m

**Não é permitido o uso de calculadora. Justifique resumidamente todas as afirmações que efectuar. Responda no enunciado e não escreva a lápis nem a vermelho.**

Nome : \_\_\_\_\_

1. (0,4 valores)

Usando o princípio de indução matemática prove que

$$(1^3 - 1) + (2^3 - 2) + \dots + (n^3 - n) = \frac{(n-1)n(n+1)(n+2)}{4}, \quad \text{para todo o } n \in \mathbb{N}.$$

2. Em cada uma das alíneas seguintes diga, sem justificar, se a afirmação feita é verdadeira ou falsa.

(a) Para quaisquer inteiros  $a, b$  e  $c$ , se  $a \mid bc$  então  $a \mid b$  ou  $a \mid c$ .

(b) Para quaisquer  $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ , se  $(a, b) = ax_0 + by_0$ , com  $x_0, y_0 \in \mathbb{Z}$ , então  $(x_0, y_0) = 1$ .

(c) Para quaisquer inteiros  $a$  e  $b$ , primos entre si, e qualquer número primo  $p$ ,

$$(ab, p) = (a, p)(b, p).$$

---

A cotação (em valores) na pergunta 2 será atribuída mediante o número de respostas certas e respostas erradas, de acordo com a tabela seguinte.

R. certas \ R. erradas	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0,2	0,1	0	x
2	0,4	0,3	x	x
3	0,6	x	x	x

A escolha simultânea de duas opções numa alínea fará com que a resposta seja considerada errada.

---