

1. Uma pequena empresa de software divulgou ter desenvolvido uma tecnologia de ponta. A afirmação é verdadeira com 50% de probabilidade. Então, a empresa dominante do mercado, não sabendo se a afirmação é verdadeira ou não, deve optar entre anunciar que também desenvolveu um produto semelhante ou ceder o mercado correspondente. Se a empresa dominante opta pela primeira opção, a pequena empresa deve, então, optar entre vender-se à empresa dominante (com *payoffs* (12, 4)) ou resistir (com *payoffs* (20, -4) se a afirmação era verdadeira, ou (-4, 20) se a afirmação era falsa). Se a empresa dominante opta pela segunda opção, então o *payoff* é (16, 0) se a afirmação era verdadeira, ou (0, 0) se a afirmação era falsa. Descreva o jogo na forma extensiva (árvore de Kuhn).

2. Considere o jogo de soma nula definido pela árvore de Kuhn na Figura 1. (2.0 val)
- Determine a forma estratégica equivalente.
  - Determine o valor do jogo e as estratégias mistas minmax de cada jogador.

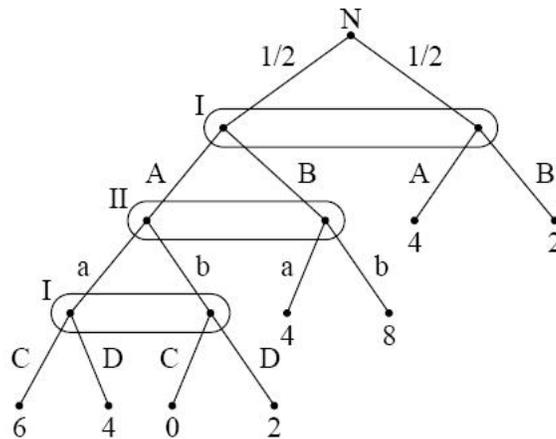


Figura 1:

3. Na *Tragédia dos Comuns*,  $n$  jogadores competem pelo consumo de um mesmo recurso não renovável em dois períodos consecutivos de tempo. Se o jogador  $i$  consome  $c_i$  unidades no primeiro período e, no segundo período, partilha por igual a totalidade do recurso sobranente então,

$$u_i(c_1, c_2, \dots, c_n) = \ln(c_i) + \ln\left(\frac{y - \sum_{j=1}^n c_j}{n}\right)$$

é a utilidade desse plano de consumo para o jogador  $i$ . Admita que existem  $y$  unidades do recurso no primeiro período.

- a. Mostre que a função  $u_1(c_1) \equiv u_1(c_1, c_2, \dots, c_n)$ , para  $(c_2, c_3, \dots, c_n)$  fixos, é côncava.
- b. Assuma que os jogadores não cooperam. Obtenha o equilíbrio Nash. Quanto recebe cada jogador?
- c. Agora admita que os jogadores cooperam e que, portanto, pretendem que a utilidade total seja máxima. Quanto recebe cada jogador?

**(2.0 val)** 4. Considere o jogo cooperativo TU (*i.e.*, com transferência de utilidades) definido pela seguinte bimatriz:

$$\begin{bmatrix} (3, 2) & (4, 1) & (4, 2) \\ (4, 2) & (2, 3) & (4, 1) \\ (1, 3) & (3, 0) & (4, 3) \end{bmatrix}.$$

- a. Determine o valor TU.
- b. Determine o respectivo *side payment*.
- c. Determine as estratégias de ameaça.

**(2.0 val)** 5. Considere o jogo cooperativo NTU (*i.e.*, sem transferência de utilidades) definido pela seguinte bimatriz

$$\begin{bmatrix} (2, 3) & (0, 4) \\ (5, 0) & (1, 1) \end{bmatrix}$$

e suponha que  $(u^*, v^*) = (1, 0)$  é o *ponto de desacordo*.

- a. Determine todas as utilidades  $(u, v)$  ótimas de Pareto para ambos os jogadores. Qual é preferida pelo Jogador I? E pelo Jogador II?
- b. Determine a solução de Nash (*i.e.*, the Nash bargaining solution).

**(2.0 val)** 6. Na Assembleia da República existem, essencialmente, quatro áreas partidárias: os partidos da esquerda representados por 22 deputados, os dois partidos do bloco central, o PS representado por 121 deputados e o PSD representado por 75 deputados, e o partido da direita representado por 12 deputados. Determine o valor de Shapley (o índice de Shapley-Shubik) de cada uma das áreas partidárias relativamente à aprovação de leis por maioria de 2/3 (que incluem as revisões constitucionais e as leis vetadas pelo Presidente da República). Assuma disciplina parlamentar.