

1. Defina estratégias minmax, valor do jogo e ponto-sela no contexto de um jogo finito de soma zero entre dois jogadores. (1 val)

2. a. Obtenha as estratégias minimax e o valor do jogo de soma nula descrito pela seguinte matriz: (2 val)

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ t & 1 \end{bmatrix} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

b. Converta o jogo de soma zero definido na forma extensiva na Figura 1 para a forma estratégica. Sugestão: comece por identificar as estratégias puras de cada jogador. (1 val)

c. O Jogador II escolhe um número  $j \in \{1, 2, \dots, n\}$  e o Jogador I tenta adivinhá-lo escolhendo  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Se  $i = j$  então I ganha 1 a II. Se  $i > j$  então I ganha  $b^{i-j}$  a II onde  $b$  denota um número positivo  $b < 1$ . Se  $i < j$  então não há payoff. Formule na forma estratégica para qualquer  $n \geq 2$  e obtenha o valor do jogo para  $n = 3$ . (2 val)

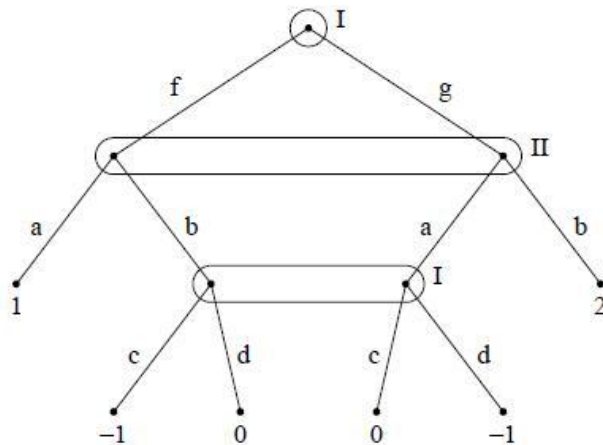


Figura 1: Um jogo de soma zero na forma extensiva.

3. Responda de forma breve e sucinta ao seguinte, no contexto de um jogo finito de soma geral entre dois jogadores:

- a. Defina nível de segurança e equilíbrio de Nash. (1 val)
- b. Mostre que, num equilíbrio de Nash cada um dos jogadores recebe pelo menos o seu nível de segurança. (2 val)

4. Considere uma firma que julgando actuar em monopólio acha que a sua função lucro é dada por

$$u(Q) = Q(17 - Q) - (Q + 9),$$

para uma quantidade total de produção  $Q$ .

- a. Determine a quantidade óptima de produção em monopólio, denotada  $Q^*$ . Qual será o lucro óptimo? (1 val)
- b. Uma outra firma, com os mesmos custos de produção, pondera entrar no mercado sem que a primeira firma se aperceba. Qual é a função lucro da nova firma? Qual é a sua quantidade óptima de produção? Qual seria, então, o seu lucro óptimo? E o da primeira firma? (2 val)
- c. Redefina  $Q^*$  de forma a desencorajar qualquer outra firma de entrar no mercado. (1 val)

5. Considere o jogo cooperativo definido pela seguinte bimatriz

$$\begin{bmatrix} (1, 0) & (-1, 1) & (0, 0) \\ (3, 3) & (-2, 9) & (2, 7) \end{bmatrix}.$$

- a. Obtenha a solução TU, i.e., caracterize estratégias cooperativas, estratégias de ameaça, pagamento por fora, etc. (2 val)
- b. Obtenha a solução NTU, segundo o modelo de Nash estudado nas aulas. Assuma que se os jogadores não chegarem a acordo o resultado do jogo será  $(0, 0)$ . (2 val)

6. Considere um jogo na forma coligacional entre três jogadores cuja função característica é definida por (4 val)

$$\begin{aligned} v(\emptyset) &= 0, & v(\{1\}) &= 0, & v(\{1, 2\}) &= 6, & v(\{1, 2, 3\}) &= 36, \\ & & v(\{2\}) &= 0, & v(\{1, 3\}) &= 16, \\ & & v(\{3\}) &= 6, & v(\{2, 3\}) &= 26. \end{aligned}$$

Determine o valor de Shapley e o nucleolus.