

Topologia e Análise Linear

Nome: _____

1) Considere o conjunto $X = \{a, b, c\}$, com a topologia τ formada por $X, \emptyset, \{a\}, \{a, b\}$. Com a exceção de b . será esta a topologia considerada abaixo. **Sem justificção**

a) indique se X é uma espaço topológico T_0 .

b) indique, sendo τ_1 a topologia discreta para X , para a aplicação $f : (X, \tau) \rightarrow (X, \tau_1)$ dada por $f(a) = b, f(b) = a, f(c) = c$, os pontos onde é contínua.

c) indique a topologia relativa para $\{a, c\}$.

d) se X é conexo.

2) Mostre que *ser de Hausdorff* é uma propriedade hereditária.

3) Das afirmações abaixo, indique quais as falsas e quais as verdadeiras.

a) Há conjuntos X , não vazios, que não podem ser munidos de uma topologia.

b) Se X é um espaço topológico T_1 então todo o subconjunto cujo complementar seja finito é aberto.

c) Um espaço topológico finito é compacto.

4) Seja $f : X \rightarrow Y$ uma aplicação contínua.

Mostre que o gráfico de f , G_f , é homeomorfo a X .

5) Seja $f : X \rightarrow Y$ uma aplicação. f é *localmente constante* se, para $x \in X$, existir um aberto U_x tal que $f|_{U_x}$ é constante.

Mostre que, se X for conexo e f localmente constante, então f é constante.