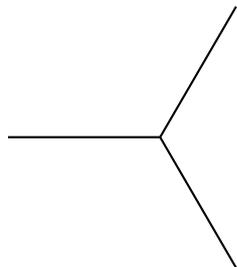


DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
VARIEDADES DIFERENCIÁVEIS

Ano lectivo: 2010/2011

Trabalho 1

1. Defina uma estrutura de variedade diferenciável no conjunto



2. Mostre que os atlas $\mathcal{A} = \{\pi_N, \pi_S\}$, $\mathcal{B} = \{p_1^+, p_1^-, \dots, p_{n+1}^+, p_{n+1}^-\}$ de \mathbb{S}^n , onde π_i são as projecções estereográficas e p_j^\pm são as projecções ortogonais, são compatíveis.
3. Seja M uma variedade diferenciável conexa. Mostre que M é conexa por arcos.
4. Sejam M^m, N^n duas variedades diferenciáveis. Mostre que o produto cartesiano $M \times N$ pode ser dotado de uma estrutura de variedade diferenciável de dimensão $m + n$.
5. O espaço projectivo complexo $\mathbb{C}\mathbb{P}^1$ é o conjunto das rectas complexas em \mathbb{C}^2 , isto é, os seus pontos são da forma $\langle (z_1, z_2) \rangle = \{(\lambda z_1, \lambda z_2) : \lambda \in \mathbb{C}\}$, onde $(z_1, z_2) \neq (0, 0)$.
- (a) Mostre que $\mathbb{C}\mathbb{P}^1$ é uma variedade diferenciável de dimensão 2.
- (b) Mostre que $\mathbb{C}\mathbb{P}^1$ é difeomorfa a \mathbb{S}^2 .