Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

VARIEDADES DIFERENCIÁVEIS

Ano lectivo: 2010/2011 **Trabalho 4**

1. Seja E um espaço vectorial e $t \in T_p^0(E)$ um tensor tal que $t(v_1, \ldots, v_p) = 0$ sempre que $v_1, \ldots, v_p$ são linearmente dependentes. Mostre que $t \in \Lambda^p(E)$.
2. Seja $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definida por $f(x, y, z) = (xy, y+z)$. Seja $\omega = xdx \wedge dy \in \Lambda^2(\mathbb{R}^2)$. Determine $f^*\omega$.
3. Seja $\omega = f\,dg$ uma $1-$ forma em M e X, Y dois campos vectoriais em M. Mostre que $d\omega(X, Y) = X(\omega(Y)) - Y(\omega(X)) - \omega([X, Y])$.
4. Mostre que se $m < n$, então qualquer aplicação diferenciável $f : M^m \to \mathbb{S}^n$ é homotópica a uma aplicação constante.
5. Seja M uma variedade diferenciável compacta orientável (sem fronteira). Mostre que a cohomologia de de Rham de M é não trivial.