

[ESCREVER O NOME DA EMPRESA]

[Título do documento]

[Escrever o subtítulo do documento]

Catarina

[Escolher a data]

Índice

1. Introdução.....	3
2. Enquadramento teórico.....	Erro! Marcador não definido.
2.1 Os Números Complexos no ensino	4
Desenvolvimento/Indicações Metodológicas	4
2.2 Os Números Complexos e as Tecnologias.....	4
3. Aplicação Prática	5
Parte 1 – Números Complexos.....	5
Atividade 1: Aplicações envolvendo operações com números complexos	6
Parte 2 – Centros de Triângulos	13
Parte 3 – Olimpíadas envolvendo Números Complexos.....	13
4. Conclusão	14
5. Referências.....	15
Anexos.....	16

1. Introdução

No âmbito da disciplina do projeto educacional 2 foi nos pedido a elaboração de um projeto totalmente prático, que abordasse em grande parte os conteúdos já estudados no projeto educacional 1, e que estivesse relacionado com o ensino atual da matemática.

Sendo assim, para que o projeto resulte da melhor forma, será feito um estudo do programa de matemática, para localizar, contextualizar e perceber quais os conteúdos abordados no ensino, que estejam relacionados com os números complexos. Seguidamente, proceder-se-á à elaboração de atividades que ajudem não só o docente a expor a matéria, mas também a que o aluno consiga apreender os conteúdos de uma forma motivadora e autónoma.

Xxx

O trabalho está dividido em duas partes, enquadramento teórico e aplicação prática. Na primeira parte será analisado o programa de matemática de forma a localizar os números complexos no ensino, bem como os seus objetivos e indicações metodológicas. Será abordada também a questão da importância das tecnologias na lecionação deste tema.

Na segunda parte, será apresentado o estudo prático, onde **constarão** atividades, recursos para a lecionação dos conteúdos, problemas, desafios e curiosidades. Alguns destes tópicos foram aplicados em contexto de sala de aula, e por isso, também aparecem os resultados obtidos, bem como análise da eficácia das mesmas.

2.1 Os Números Complexos no ensino

Ao analisarmos detalhadamente o programa de matemática é possível constatar que o tema números complexos está um pouco de parte, pois a descrição deste é inexistente quando comparado com os outros temas.

Os números complexos são abordados no 12º ano e estão inseridos no *Tema III – Trigonometria e Números Complexos*. Este tem a duração de 24 aulas de 90 minutos, sendo que, destas só aproximadamente 12 estão destinadas à leção dos números complexos.

Observando o programa é possível visualizar que o estudo dos números complexos está dividido em dois grandes patamares: a definição algébrica e a representação trigonométrica, sendo dada mais ênfase a este último.

Na primeira fase os números complexos são introduzidos utilizando a abordagem histórica, focando a sua necessidade na resolubilidade de problemas, à semelhança do que já tinha acontecido com os números negativos e fracionários.

Embora o programa indique que se devam realizar algumas operações com os números complexos na forma algébrica, este incide de forma mais intensa no cálculo de operações na forma trigonométrica. O programa não especifica as operações, no entanto, analisando alguns manuais é possível constatar que as operações: adição, subtração e multiplicação são estudadas em ambas as formas de representação (algébrica e trigonométrica) já a operação divisão só é abordada na forma algébrica.

A interpretação geométrica das operações também é exigida no programa. Esta será muito importante na resolução e interpretação dos domínios planos e condições na variável complexa. O recurso a programas de geometria dinâmica poderá ser um meio motivador para a realização das interpretações.

Desenvolvimento/Indicações Metodológicas

2.2 Os Números Complexos e as Tecnologias

Ao longo dos anos têm-se vindo a descobrir que o papel das tecnologias na exploração de vários conceitos matemáticos tem ultrapassado as capacidades da máquina de calcular. O mesmo se pode dizer, quando se fala no estudo dos números complexos. Os programas de geometria dinâmica, como o *Geogebra* e o *Cinderella*, oferecem condições de trabalho fascinantes. Para além de serem ferramentas motivadoras, estas são exatas, rápidas e de fácil perceção. No caso do estudo dos números complexos, nomeadamente, nas operações, a utilização de aplicações interativas é essencial, pois em poucos minutos de exploração, o aluno poderá atingir níveis de compreensão que nunca alcançaria sem as mesmas.

2. Aplicação Prática

Tendo em conta os objetivos do trabalho e o desenvolvimento / indicações metodológicas do tema Números Complexos, a aplicação prática será conseguida através da realização de aplicações interativas, problemas/questões que envolvam a exploração dos números complexos.

Construção usando a tecnologia

A construção destas atividades foi dividida em três partes distintas:

- Parte 1 – Números Complexos (Página de Internet repleta de recursos);
- Parte 2 – Centro de Triângulos (Problemas envolvendo a determinação de centros de triângulos);
- Parte 3 – Problemas do tipo Olimpíadas de Matemática.

Parte 1 – Números Complexos

(Página com recursos úteis na aprendizagem dos números complexos)

A primeira parte da aplicação prática remete-nos para uma página de internet- *Números Complexos*¹, figura1, que envolve vários materiais e recursos úteis na aprendizagem dos números complexos.

Esta tem como objetivo chegar a toda a comunidade educativa, tanto ao nível dos professores como dos alunos. Os materiais presentes na página estão agrupados consoante o seu género:

- Aplicuetas – Operações: *Aplicações interativas para exploração de operações envolvendo números complexos*. As aplicações apresentadas foram construídas utilizando a ferramenta *Geogebra* e têm como principal objetivo visualizar/analisar operações, utilizando apenas a representação geométrica.
- Problemas – Construções: *Aplicações interativas para exploração de operações envolvendo números complexos*. As aplicações apresentadas foram construídas utilizando a ferramenta *Geogebra* e têm como principal objetivo visualizar/analisar operações, utilizando apenas a representação geométrica.
- Múltipla Escolha: *Questões de múltipla escola envolvendo os números complexos*. Estas foram construídas utilizando a ferramenta *Hot Potatoes* e têm como objetivo promover autoavaliação dos conhecimentos adquiridos até ao momento.

¹ <http://www.mat.uc.pt/~mat0703/PEII/Página.html>

- Outros: Curiosidades sobre os Números Complexos. Links para aceder a materiais já disponíveis na internet.

Ao clicar nos ícones, o utilizador terá acesso a uma breve explicação sobre a categoria. No tópico seguinte será apresentada uma atividade, desenvolvida em sala de aula, que exibirá de uma forma breve os recursos presentes na página Números Complexos.

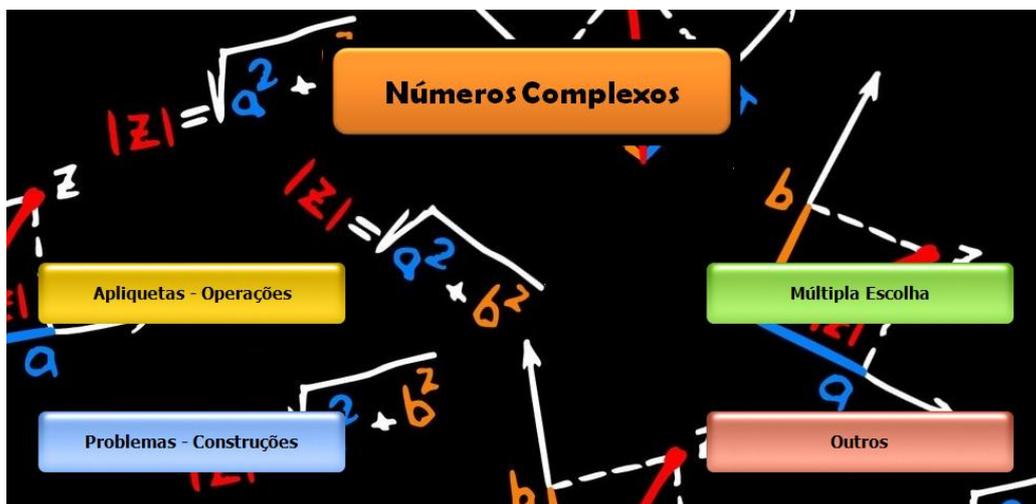


Figura 1- Layout da página *Números Complexos*.

Atividade 1: Aplicações envolvendo operações com números complexos

A atividade 1 encontra-se em anexo, no entanto, para perceber um pouco o funcionamento das aplicações, será apresentada uma breve explicação das mesmas. Seguidamente, serão apresentados os resultados/análise da atividade.

A atividade está dividida em 3 partes:

Atividade 1.1 – Exploração do ícone Apliquetas-Operações;

Atividade 1.2 – Exploração do ícone Problemas- construções;

Atividade 1.3 – Exploração do ícone questões de Múltipla Escolha.

Atividade 1.1

Execução da atividade

O aluno ao pressionar o ícone “*Apliquetas e Operações*” vai encontrar aplicações interativas, envolvendo a representação geométrica de algumas operações abordadas nas aulas teóricas.

Para cada uma das aplicações, o aluno deve realizar o registro das características encontradas, ou seja, destacar as relações entre os complexos iniciais e os obtidos após a realização das operações.

Breve apresentação das aplicações

Atividade 1.1.1 (Conjugado de um número complexo)

Passos a realizar:

- Pressionar o ícone *Apliação 1*;
- Reposicionar o complexo Z da forma que se desejar;
- Selecionar o marcador \bar{Z} ;
- Visualizar/registar as características encontradas (relativamente às coordenadas dos complexos);

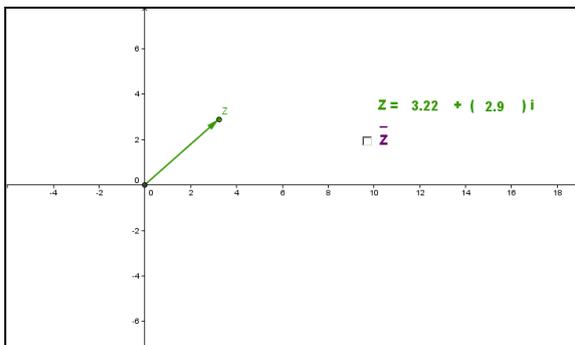


Figura 2: Layout da página com a representação do complexo Z

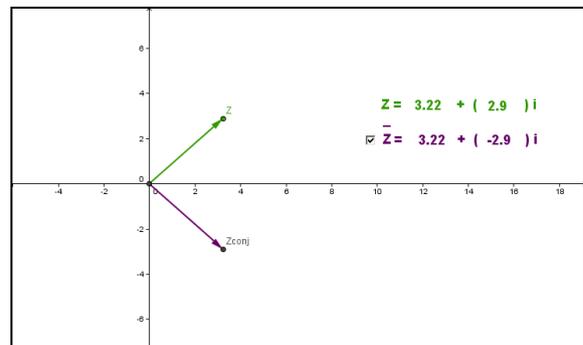


Figura 2: Layout da página com a representação dos complexos Z e \bar{Z}

Atividade 1.1.2 (Simétrico de um número complexo)

Passos a realizar:

- Pressionar o ícone *Apliação 2*;
- Reposicionar o complexo Z da forma que se desejar;
- Selecionar o marcador $-Z$;
- Visualizar/registar as características encontradas (relativamente às coordenadas dos complexos);

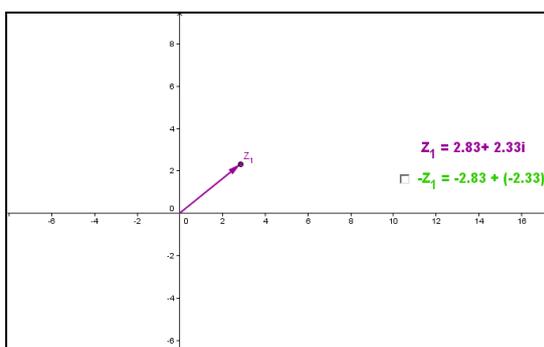


Figura 3: Layout da página com a representação do complexo Z.

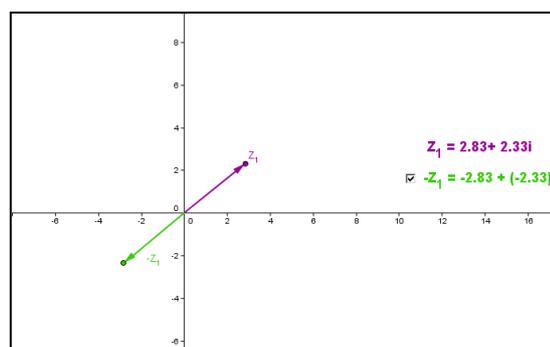


Figura 4: Layout da página com a representação dos complexos Z e $-Z$

Atividade 1.1.3 (Adição de dois números complexos)

Passos a realizar:

- Pressionar o ícone *Aplicação 3*;
- Movimentar os afixos dos complexos Z_1 e Z_2 ;
- Fixar o complexo Z_1 e deslocar o complexo Z_2 , de modo a que a sua origem coincida com a extremidade de Z_1 ;
- Selecionar o apontador $Z_1 + Z_2$ para fazer aparecer o complexo soma;

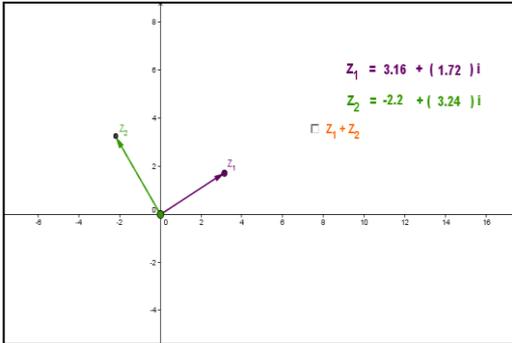


Figura 5: Layout da página com a representação dos complexos Z_1 e Z_2 .

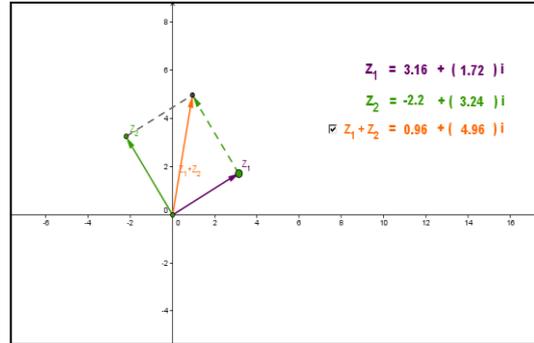
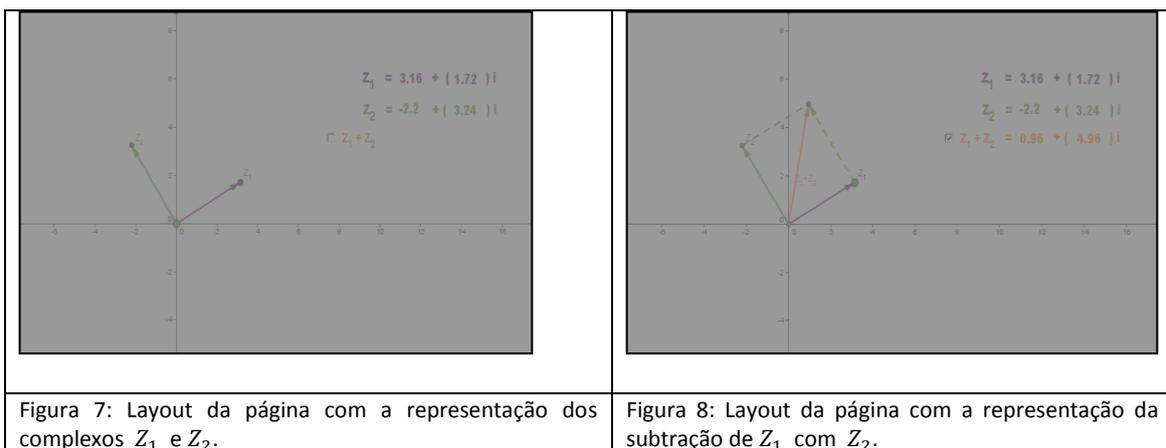


Figura 6: Layout da página com a representação da adição de Z_1 com Z_2 .

Atividade 1.1.4 (Subtração de dois números complexos)

Passos a realizar:

- Pressionar o ícone *Aplicação 8*;
- Movimentar os afixos dos complexos Z_1 e Z_2 ;
- Fixar o complexo Z_1 e deslocar o complexo Z_2 , de modo a que a sua origem coincida com a extremidade de Z_1 ;
- Selecionar o apontador $Z_1 - Z_2$ para fazer aparecer o complexo resultante da subtração;



Atividade 1.1.5 (Multiplicação de dois números complexos)

Passos a realizar:

- Pressionar o ícone *Aplicação 4*;
- Reposicionar os complexos da forma que desejar, Z_1 e Z_2 ;
- Selecionar o segundo marcador se pretender saber a amplitude dos argumentos dos complexos anteriores;
- Selecionar o terceiro marcador se pretender saber a amplitude da soma dos argumentos dos dois complexos;
- Selecionar o quarto marcador se pretender saber a norma do complexo resultante;
- Selecionar o primeiro marcador se pretender representar o complexo $Z_1 Z_2$.

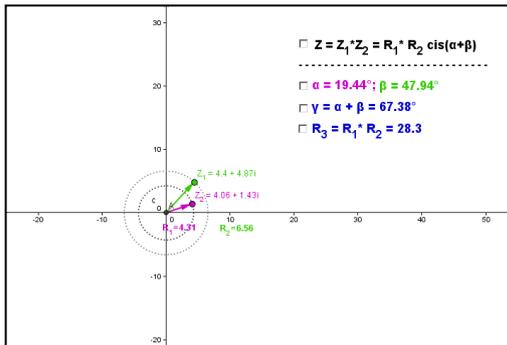


Figura 9: Layout da página com a representação dos complexos Z_1 e Z_2 .

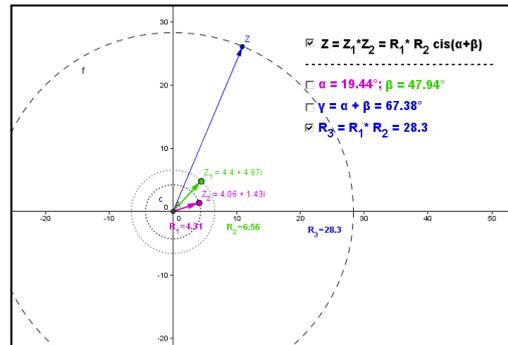


Figura 10: Layout da página com a representação da multiplicação de Z_1 por Z_2 .

Atividade 1.1.7 (Divisão de dois números complexos)

Passos a realizar:

- Pressionar o ícone *Aplicação 6*;
- Reposicionar os complexos da forma que desejar, Z_1 e Z_2 ;
- Selecionar o segundo marcador se pretender saber a amplitude dos argumentos dos complexos anteriores;
- Selecionar o terceiro marcador se pretender saber a amplitude da diferença dos argumentos dos dois complexos;
- Selecionar o quarto marcador se pretender saber a norma do complexo resultante;
- Selecionar o primeiro marcador se pretender representar o complexo Z_1/Z_2 .

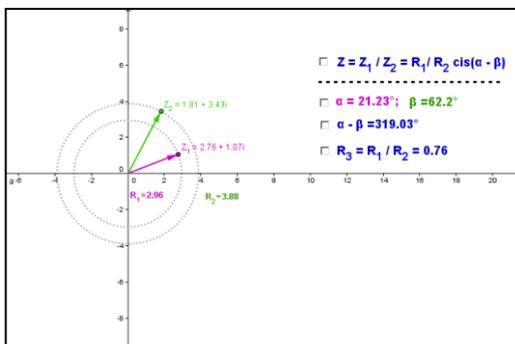


Figura 11: Layout da página com a representação dos complexos Z_1 e Z_2 .

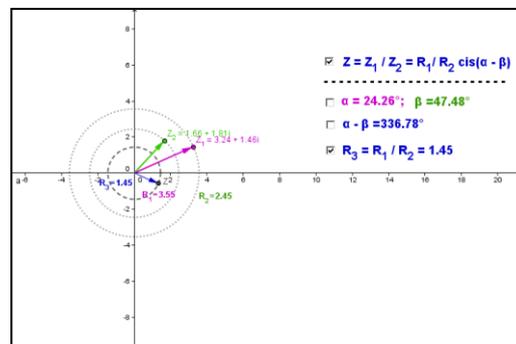


Figura 12: Layout da página com a representação da divisão dos Z_1 por Z_2 .

Atividade 1.1.8 (O número i como operador de rotação)

Passos a realizar:

- Pressionar o ícone *Aplicação 7*;
- Reposicionar o complexo Z1 da forma que desejar;
- Faça variar o valor de n para alterar a orientação do complexo Z.

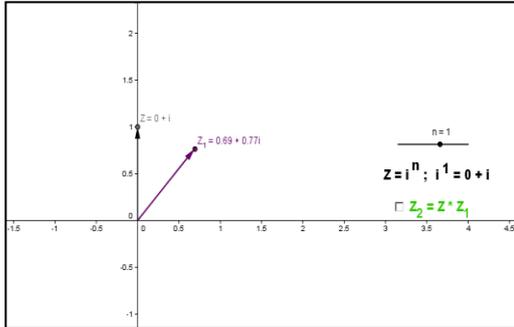


Figura 11: Layout da página com a representação dos complexos Z_1 e Z_2 .

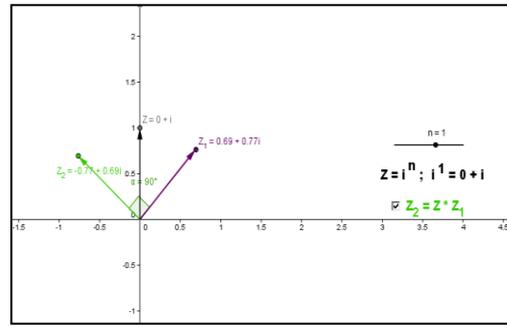


Figura 12: Layout da página com a representação da divisão dos Z_1 por Z_2 .

Atividade 1.1.9 (Multiplicação de um complexo por um escalar)

Passos a realizar:

- Pressionar o ícone *Aplicação 9*;
- Reposicionar os complexos da forma que desejar, Z_1 e Z_2 ;
- Selecionar o marcador $Z_1 Z_2$;

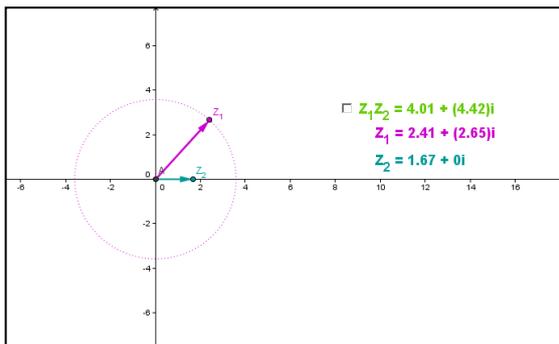


Figura 13: Layout da página com a representação do complexo Z_1 e Z_2 .

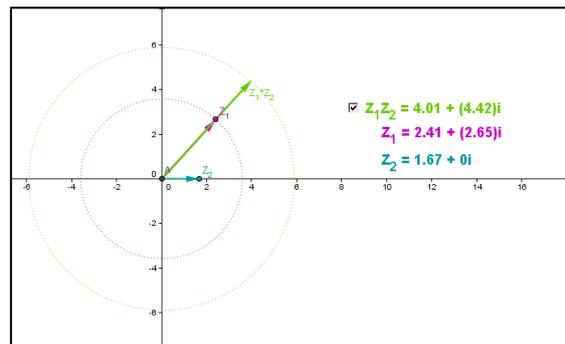


Figura 14: Layout da página com a representação do produto $Z_1 Z_2$.

Atividade 1.1.10 (Produto de um número complexo com o seu conjugado)

Passos a realizar:

- Pressionar o ícone *Aplicação 10*;
- Reposicionar o complexo Z da forma que desejar;;

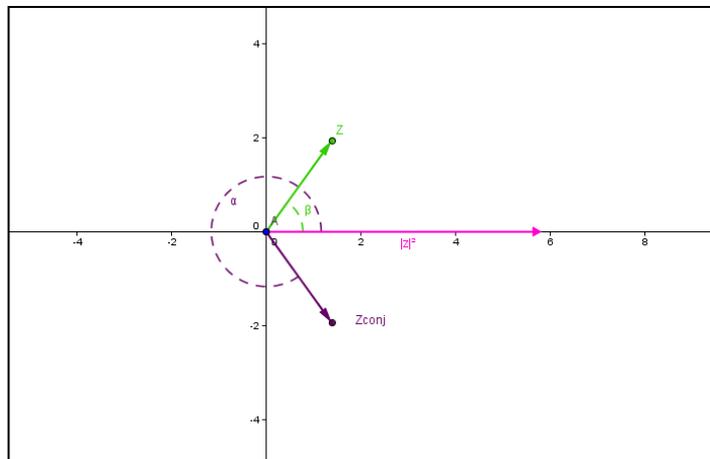


Figura 15: Layout da página com a representação do complexo Z_1 e Z_2 .

Atividade 1.2

Execução da atividade

O aluno ao pressionar o ícone “*Problemas-Construções*” vai encontrar uma série de problemas, envolvendo as operações exploradas na atividade anterior. Inicialmente será apresentado um problema, no entanto, se o aluno tiver dúvidas durante a execução, o programa indicará sugestões de resolução. Caso o aluno consiga chegar à solução em causa, o programa irá felicitá-lo, caso contrário apresentará a solução do problema.

Breve apresentação das aplicações

Atividade 1.3

Execução da atividade

O aluno ao pressionar o ícone “*Múltipla-escolha*” vai encontrar uma série de perguntas sobre o tema Números Complexos. O aluno terá ao seu dispor, para cada pergunta, 4 opções de resposta, e cada uma destas ao ser selecionada apresentará uma janela que indicará se é a opção correta ou não, caso não seja, será apresentada uma sugestão. Durante a resolução, o aluno terá acesso à pontuação obtida até ao momento.

Parte 2 – Centros de Triângulos

NOME DA ATIVIDADE:

OBJTIVO DA ATIVIDADE:

DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE:

RESULTADOS OBTIDOS:

CONCLUSÕES (PONTOS FORTES, FRACOS, EXPETATIVAS):

Parte 3 – Olimpíadas envolvendo Números Complexos

Parte 2- ESTUDO PRÁTICO

Atividade prática 1()

Objetivo

Descrição da atividade

Aplicada ou não

Resultados (pontos fortes/fracos)

Atividade prática 2 (Centros de triângulos)

Objetivo

Descrição da atividade

Aplicada ou não

Resultados (pontos fortes/fracos)

Atividade prática 3 (Olimpíadas)

3. Conclusão

4. Referências

Anexos