

Actividades Matemáticas  
( Mestrado em Ensino da Matemática)

Exame-época normal- 2h 30m

12/06/2012

1. Considere dois tetraedros com uma face comum. Especifique quais são os elementos do conjunto  $\chi$  das simetrias rotacionais deste sólido.

Será  $\chi$  um grupo cíclico pela composição de aplicações? Porquê?

2. Indique, justificando, se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

(a) Sejam  $(\mathbb{N}; \div)$  e  $(\mathbb{N}; \leq)$  reticulados. Então a aplicação  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , definida por  $f(x) = 4x$ , é um morfismo de reticulados.

(b)  $\mathbb{Q}$  é um corpo incompleto logo é não arquimediano.

(c) A equação  $ixj + k = 3 + 2j$  tem uma infinidade de soluções no anel dos quaterniões.

3. Seja  $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \times \mathbb{N}/\sim$ , sendo  $(p, q) \sim (m, n)$  se e só se  $p + n = q + m$ .

(a) Represente graficamente a solução da equação

$$[(7, 2)] + [(x, y)] = [(2, 7)].$$

(b) Prove que todo o elemento de  $\mathbb{Z}$  possui um único elemento simétrico.

4. No conjunto  $\mathcal{C}$  das sucessões de Cauchy de números racionais, considere a relação  $\approx$  definida por

$$\forall \{a_n\}, \{b_n\} \in \mathcal{C}, \{a_n\} \approx \{b_n\} \Leftrightarrow \{a_n - b_n\} \text{ é uma sucessão nula.}$$

(a) Sabendo que é uma relação reflexiva, prove que  $\approx$  é uma relação de equivalência.

(b) No conjunto  $\mathcal{C}/\approx$  dos números reais, dê exemplo de um elemento negativo. Justifique.

5. Considere um jogo de soma nula e dois jogadores, onde a matriz de pagamentos reduzida é a seguinte

	$B_1$	$B_2$
$A_1$	0	2
$A_2$	3	1

Numa estratégia mista óptima,

(a) qual é a probabilidade do jogador A escolher a estratégia  $A_1$ ?

(b) qual é a probabilidade do jogador B escolher a estratégia  $B_2$ ?

(c) qual é o valor do jogo para cada jogador?