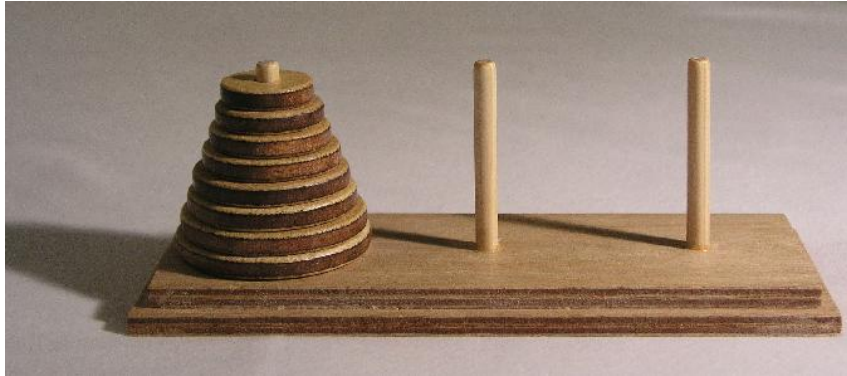


## Torre de Hanói



A Torre de Hanói, também conhecida por torre de bramanismo, é um "quebra-cabeças" que consiste numa base contendo três estacas, no qual são dispostos alguns discos uns sobre os outros numa das estacas, em ordem crescente de diâmetro, de cima para baixo.

A Torre de Hanói tem sido tradicionalmente considerada como um procedimento para avaliação da capacidade de memória de trabalho, e principalmente de planeamento e solução de problemas.

### Origem do jogo:

Este jogo foi inventado pelo matemático francês Édouard Lucas inspirando numa lenda Hindu, em 1883. O nome do jogo surgiu do símbolo da cidade de Hanói, no Vietnã.

Existem várias lendas a respeito da origem do jogo, a mais conhecida diz respeito a um templo Benares, situado no centro do Universo. Diz-se que o Deus Brama supostamente havia criado uma torre com 64 discos de ouro e mais duas estacas equilibradas sobre uma plataforma. Deus Brama ordenara os monges que movessem todos os discos de uma estaca para outra segundo as suas instruções. As regras eram simples: apenas um disco podia ser movido de cada vez e nunca um disco maior deveria ficar por cima de um disco menor. Segundo a lenda, quando todos os discos fossem transferidos de uma estaca para a outra, o templo desmoronar-se-ia e o mundo desapareceria. Dessa forma criava-se um novo mundo, o mundo de Hanói.

### Soluções do jogo

É interessante observar que o número mínimo de "movimentos" para conseguir transferir todos os discos da primeira estaca à terceira é  $2^n - 1$ , sendo  $n$  o número de discos. Se houver só um disco é apenas um movimento. Para solucionar um Hanói de 4 discos, são necessários 15 movimentos ( $2^4 - 1$ ), no caso de 7 discos são necessários 127 movimentos, se forem 15 discos são necessários 32.767 movimentos. Para solucionar um Hanói de 64 discos, como diz a lenda, são necessários 18.446.744.073.709.551.615 movimentos, levando os monges durante bilhões de anos a efectuar a tarefa.

Para entender a lógica da Torre de Hanói é necessário analisar a construção de diferentes níveis da torre com o número mínimo de movimentos, tendo o nível anterior já

formado, sendo que esses níveis são o número de peças desintegradas da torre original que irão formar outra torre com os menores discos.

Para mover o primeiro disco da torre original, gasta-se um movimento. Para mover o segundo da torre original, sendo que o primeiro já foi movido e será construída uma torre com os 2 menores discos, são gastos 2 movimentos. Para deslocar o terceiro disco formando nova torre com os três menores discos, tendo a torre com os dois menores já formada, são gastos 4 movimentos.

Assim se sucede com os próximos discos até que o enésimo disco (o último) seja deslocado compondo uma torre com os outros discos tendo uma torre com o penúltimo disco e os demais juntos já formada. A sucessão formada pela soma dos movimentos é uma sucessão  $(1,2,4,8...2^n)$ .

A fórmula  $2^n - 1$  é provinda da soma de uma progressão geométrica. Isto é, numa progressão geométrica a soma dos seus termos é equivalente a  $\frac{a(q^n-1)}{q-1}$ , onde  $a$  é o primeiro termo e  $q$  é a razão. Neste caso  $q = 2$  e  $a = 1$ , assim temos  $\frac{(2^n-1)}{2-1} = 2^n - 1$ .