

Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra



Departamento de Matemática

# Trabalho 4 – Traçar Elipses

---

Meios Computacionais de Ensino

---

Professor: Jaime Carvalho e Silva ([jaimecs@mat.uc.pt](mailto:jaimecs@mat.uc.pt))

**Autora:**

Tatiana Salvador  
tatii\_salvador@hotmail.com

**Data:**

10-06-2012



*“Geometria é ‘compreender o espaço’. Compreender o espaço em que a criança, respira, se move. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, explorar, conquistar, de modo a poder aí viver, respirar e mover-se melhor. (...) A geometria presta-se, mais do que outros temas, para a aprendizagem da matematização da realidade e para a realização de descobertas, que sendo feitas também “com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes.”*

Hans Freudenthal – ‘The Case of Geometry’

in *Mathematics as an Educational Task*



## ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO .....	4
2. DEFINIÇÃO DA ELIPSE E SEUS ELEMENTOS .....	7
3. MÉTODOS DE CONSTRUÇÃO DA ELIPSE .....	7
3.1. MÉTODO ARQUIMEDIANO .....	7
3.2. MÉTODO DE VAN SCHOOTEN 1 .....	9
3.3. MÉTODO DE VAN SCHOOTEN 2 .....	11
3.4. MÉTODO DO JARDINEIRO .....	12
3.5. MÉTODO DO DANNY VISCAINO .....	13
4. CONCLUSÕES .....	15



## 1. INTRODUÇÃO

Foi-nos proposto à cadeira Meios Computacionais de Ensino a elaboração de um trabalho escrito incorporando um tema retirado do site da “Casa das Ciências” cuja ilustração fosse apenas feita com imagens produzidas com os softwares POLY e CINDERELLA.

Antes demais, importa saber que “Casa das Ciências” é um portal Gulbenkian para professores que tem por objetivo possibilitar que os professores recolham materiais de ciências no ensino básico e secundário (<http://www.casadasciencias.org/>). Este portal contém imensos temas de grande interesse para os alunos, entre os quais materiais de Matemática, Física, Química, Biologia, materiais multimédia, aplicações, documentos bem como materiais relativos aos três ciclos de ensino e ao ensino secundário.

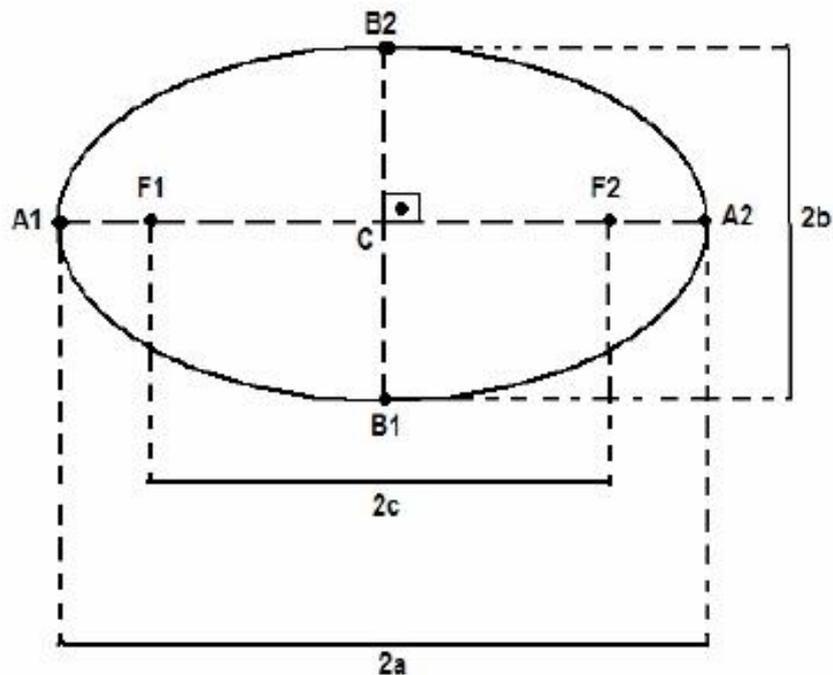
Depois de alguma pesquisa na área da Matemática e com a palavra-chave “*geometria*” encontrei vários temas interessantes a abordar. No entanto, a minha escolha recaiu sobre o ficheiro relacionado com “*Traçar elipses*” intitulado “*Três métodos para traçar elipses*”. Neste ficheiro encontramos três diferentes maneiras de traçar elipses: o método de Arquimedes, o método de Van Schooten e o método do Jardineiro.

Ao longo o trabalho irei então explicar como se pode traçar uma elipse através do método arquimediano, do método de Van Schooten (apresento dois métodos), do método do jardineiro e ainda do método redescoberto por Danny Viscaino, utilizando o software CINDERELLA em todas as ilustrações apresentadas.

## 2. DEFINIÇÃO DE ELIPSE E SEUS ELEMENTOS

A elipse é o conjunto dos pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano – os focos - é constante. Ou seja, no plano da elipse existem dois pontos  $F_1$  e  $F_2$  que representam os focos, tais que a soma dada por  $PF_1 + PF_2$  é constante, sendo  $P$  um ponto genérico da elipse.

Observemos agora a seguinte imagem e especifiquemos então quais são os elementos da elipse:





Assim, os elementos da elipse são:

- ▶ **Focos:** são os pontos  $F_1$  e  $F_2$
- ▶ **Distância Focal:** é a distância  $2c$  entre os focos
- ▶ **Centro:** é o ponto médio  $C$  do segmento  $F_1F_2$
- ▶ **Eixo Maior:** é o segmento  $A_1A_2$  de comprimento  $2a$  ( $A_1A_2$  contém os focos e os seus extremos pertencem à elipse)
- ▶ **Eixo Menor:** é o segmento  $B_1B_2$  de comprimento  $2b$  ( $B_1B_2$  é ortogonal a  $A_1A_2$  no seu ponto médio)
- ▶ **Vértices:** são os pontos  $A_1, A_2, B_1$  e  $B_2$

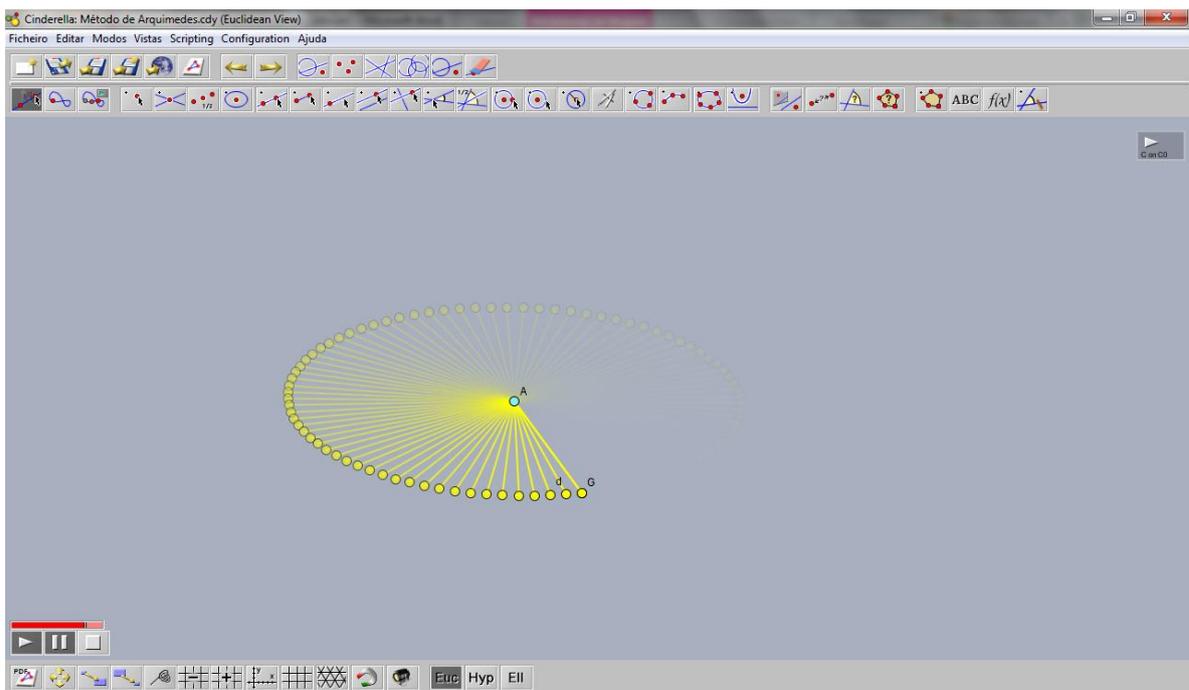
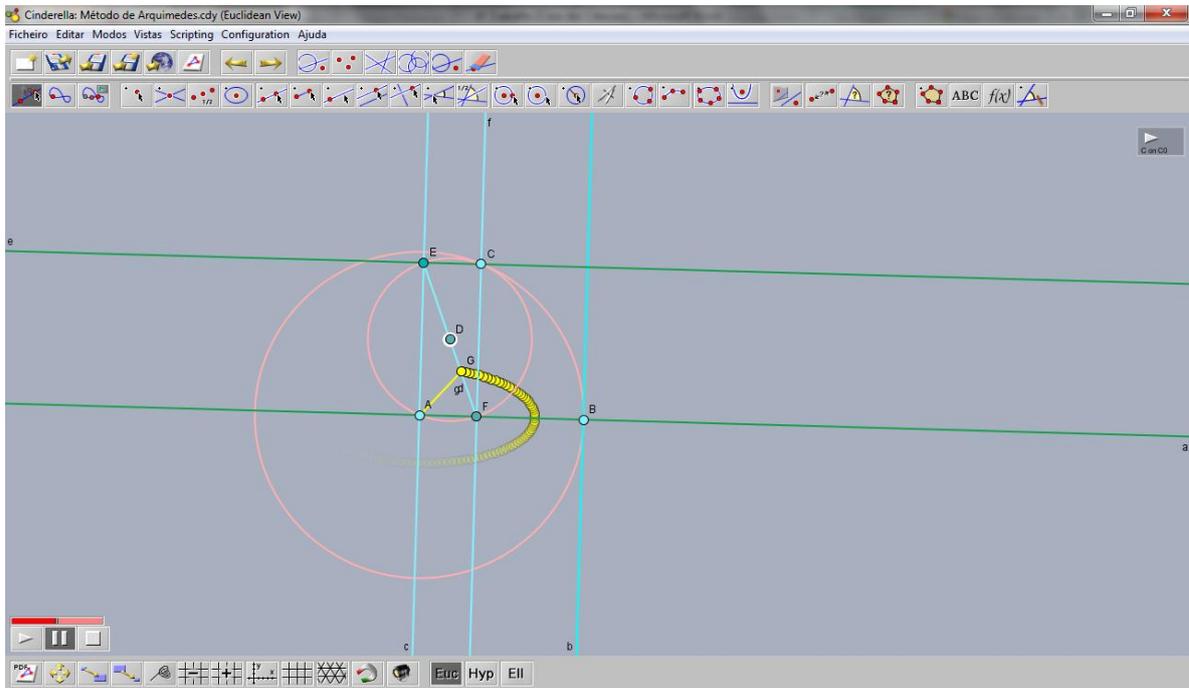


### 3. MÉTODOS DE CONSTRUÇÃO DA ELIPSE

#### 3.1. MÉTODO ARQUIMEDIANO

Como construir uma elipse através do método Arquimédiano:

- ▶ Traçamos uma circunferência de centro A e raio qualquer;
- ▶ Marcamos um ponto B qualquer na circunferência;
- ▶ Traçamos a reta que passa pelos pontos A e B,  $\alpha$ ;
- ▶ Traçamos uma perpendicular à reta  $\alpha$  que passe por B;
- ▶ Marcamos outro ponto C qualquer na circunferência;
- ▶ Traçamos o segmento de reta [AC];
- ▶ Determinamos o ponto médio do segmento de reta [AC], designado D;
- ▶ Ocultamos o segmento de reta [AC];
- ▶ Traçamos a circunferência de centro em D e que passe pelo ponto A;
- ▶ Traçamos outra perpendicular à reta  $\alpha$  que passe pelo ponto A;
- ▶ A interseção da reta com a circunferência menor é o ponto E;
- ▶ Traçamos uma perpendicular à reta  $\alpha$  que passe pelo ponto C;
- ▶ A interseção da reta com a circunferência menor é o ponto F;
- ▶ Traçamos o segmento de reta [EF];
- ▶ Marcamos um ponto G qualquer no segmento de reta [EF];
- ▶ Deixar o ponto G a marcar o seu traço;
- ▶ Animar o ponto C sobre a circunferência maior.





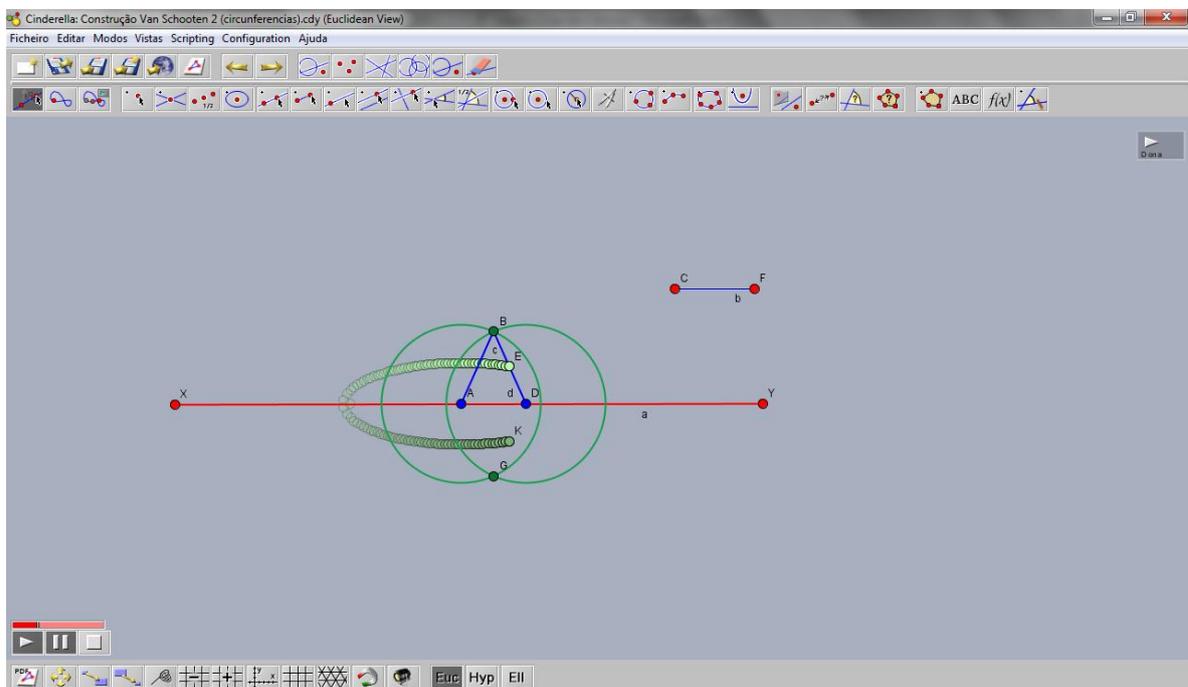




### 3.3. MÉTODO DE VAN SCHOOTEN 2

Como construir uma elipse através do método de Van Schooten 2:

- ▶ Construimos um segmento de reta  $[XY]$ ;
- ▶ Construimos um segmento  $[PQ]$  que vai determinar o raio de duas circunferências;
- ▶ Construimos dois pontos  $A$  e  $D$  sobre o segmento  $[XY]$ ;
- ▶ Construimos duas circunferências com centros em  $A$  e  $D$ , respetivamente, e com raio igual ao comprimento do segmento  $[PQ]$ ;
- ▶ Marcamos o ponto de interseção  $B$  das duas circunferências;
- ▶ Construimos os segmentos  $[AB]$  e  $[BD]$ .
- ▶ Construimos um ponto  $E$  no segmento  $[BD]$  e fazemos com que esse ponto deixe rasto;
- ▶ Animamos o ponto  $D$  sobre o segmento  $[XY]$ ;
- ▶ Fazemos uma reflexão do ponto  $E$  em relação ao segmento  $[XY]$  e obtém-se o pretendido.

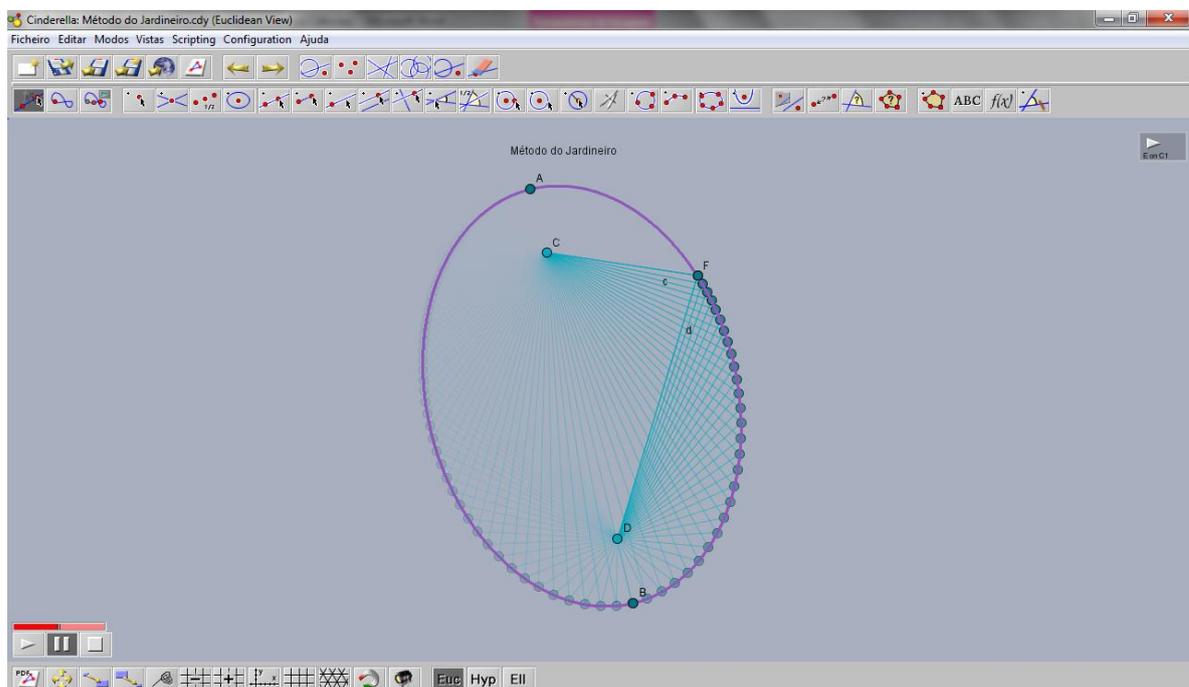




### 3.4. MÉTODO DO JARDINEIRO

Como construir uma elipse através do método do jardineiro:

- ▶ Construimos um segmento de reta  $[AB]$ , que será o eixo maior da elipse;
- ▶ Marcamos nesse segmento os focos da elipse, ou seja, marcamos dois pontos,  $C$  e  $D$ , tais que  $AC=DB$ ;
- ▶ Ainda no segmento  $[AB]$  construimos um ponto arbitrário  $E$ ;
- ▶ Construimos a circunferência de centro  $C$  e raio  $[AE]$ ;
- ▶ Construimos a circunferência de centro  $D$  e raio  $[BE]$ ;
- ▶ Marcamos os pontos de interseção das duas circunferências, digamos  $F$  e  $G$ ;
- ▶ Construimos a semirreta  $[CF]$  e a semirreta  $[DF]$ ;
- ▶ Animamos o ponto  $E$  (fazendo-o passar por  $F$ ) o que nos leva à elipse, pois o ponto  $F$  vai deixar rasto, traçando a elipse desejada.

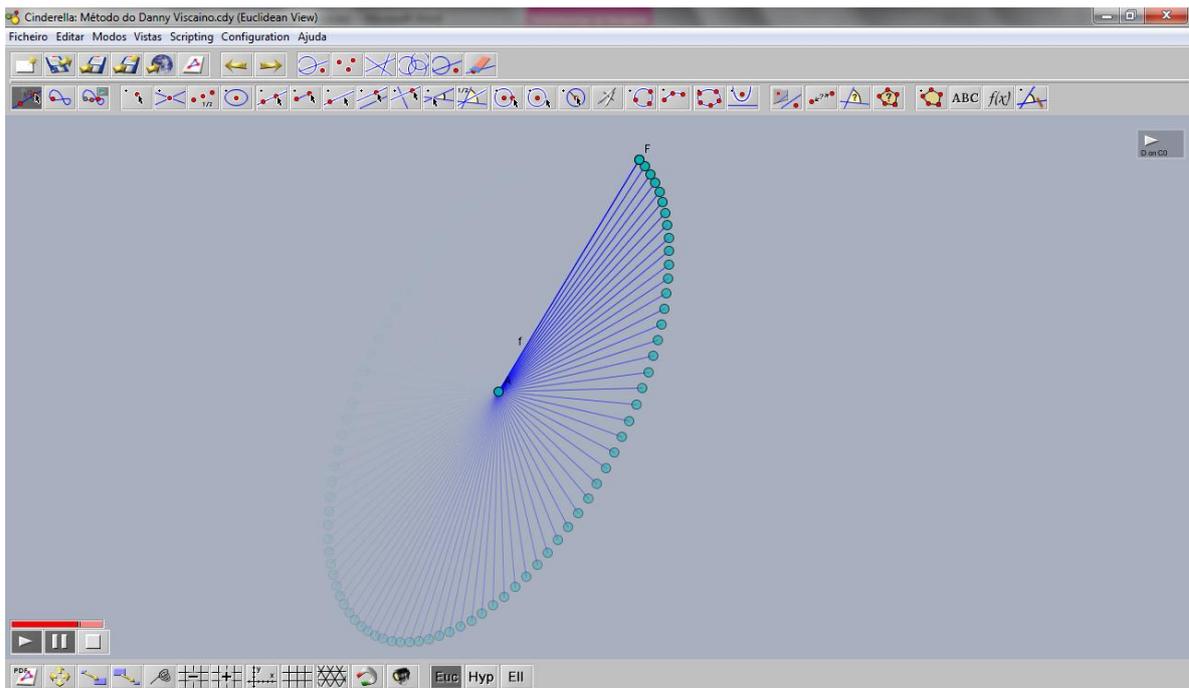
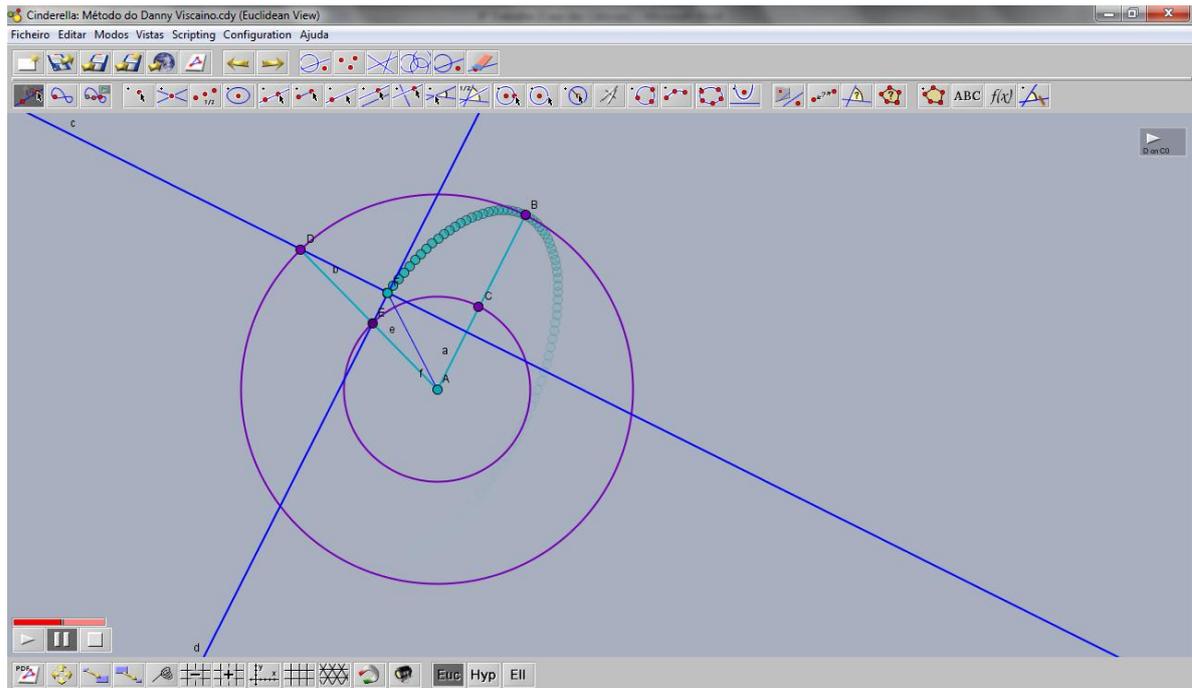




### 3.5. MÉTODO (RE)DESCOBERTO POR DANNY VISCAINO

Como construir uma elipse através do método de Danny Viscaino:

- ▶ Construimos uma circunferência centrada em  $A$  e com um raio qualquer;
- ▶ Marcamos um ponto  $B$  sobre a circunferência;
- ▶ Construimos o segmento de reta  $[AB]$ ;
- ▶ Construimos um ponto  $C$  no segmento de reta  $[AB]$ ;
- ▶ Construimos uma circunferência centrada em  $A$  e com raio igual à medida do comprimento do segmento  $[AC]$ ;
- ▶ Marcamos um ponto  $D$  na circunferência maior;
- ▶ Construimos um segmento de reta  $[AD]$ ;
- ▶ Marcamos o ponto de intersecção,  $E$ , do segmento de reta  $[AD]$  com a circunferência menor;
- ▶ Traçamos uma reta perpendicular ao segmento de reta  $[AB]$  que passe pelo ponto  $D$ ;
- ▶ Traçamos uma reta paralela ao segmento de reta  $[AB]$  que passe pelo ponto  $E$ ;
- ▶ Marcamos o ponto de intersecção,  $F$ , das duas retas construídas anteriormente;
- ▶ Construimos o segmento de reta  $[AF]$ ;
- ▶ Deixamos o ponto  $F$  a marcar o seu traço;
- ▶ Animamos o ponto  $D$  sobre a circunferência maior.





## 4. CONCLUSÕES

Este trabalho foi, na minha opinião, um dos trabalhos que mais luta deu e um dos mais interessantes. É, de facto, uma mais-valia hoje em dia ter softwares como o CINDERELLA que nos permitem mostrar aos alunos como as coisas se constroem, como funcionam... Também eu aprendi imenso com a elaboração deste trabalho, fiquei a conhecer melhor o funcionamento deste software e a saber aplicá-lo e usá-lo melhor.