DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Lista

Tecnologia no Ensino da Matemática

Carla Simões

2016/2017

Meios Computacionais no Ensino da Matemática

Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário

Conteúdo

Apresentação da Mensagem

No âmbito da disciplina Meios Computacionais no Ensino da Matemática lecionada pelo professor Jaime Maria Monteiro de Carvalho e Silva foram-nos apresentadas algumas listas referentes a assuntos matemáticos e posteriormente pedido para selecionar duas mensagens destes grupos, sendo estas de grupos diferentes, apresentando-as e analisando os seus conteúdos.

Com esse intuito, foi selecionada uma mensagem da lista Tecnologia no Ensino da Matemática enviada a 20 de agosto de 2015 onde são apresentados alguns exercícios matemáticos que serão resolvidos de seguida.

Resolução dos Exercícios

Pergunta 1 Considere o sistema

$$\begin{cases} 2x + y - z = 15 \\ 3x - 4y + z = 4 \\ x + 5y - 2z = 21 \end{cases}$$

Alínea a) Resolva o sistema utilizando o método de Cramer.

Sejam $\quad A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -4 & 1 \\ 1 & 5 & -2 \end{bmatrix} \quad$ e $\quad b = \begin{bmatrix} 15 \\ 4 \\ 21 \end{bmatrix}$.

Assim,

$$D \equiv Det \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -4 & 1 \\ 1 & 5 & -2 \end{pmatrix} = -6,$$

$$D_1 \equiv Det \begin{pmatrix} 15 & 1 & -1 \\ 4 & -4 & 1 \\ 21 & 5 & -2 \end{pmatrix} = -30,$$

(Substitui-se a primeira coluna da matriz A pelo vetor b)

$$D_2 \equiv Det \begin{pmatrix} 2 & 15 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 21 & -2 \end{pmatrix} = -12,$$

(Substitui-se a segunda coluna da matriz A pelo vetor b)

$$D_3 \equiv Det \begin{pmatrix} 2 & 1 & 15 \\ 3 & -4 & 4 \\ 1 & 5 & 21 \end{pmatrix} = 18.$$

(Substitui-se a terceira coluna da matriz A pelo vetor b)

Logo, pelo método de Cramer,

$$\begin{cases} x = \frac{D_1}{D} = \frac{-30}{-6} \\ y = \frac{D_2}{D} = \frac{-12}{-6} \\ z = \frac{D_3}{D} = \frac{18}{-6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \\ z = -3 \end{cases}$$

Alínea b) Resolva o sistema utilizando o método de Gauss.

Pelo método de Gauss,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -1 & 15 \\ 3 & -4 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & -2 & 21 \end{array}\right) \xrightarrow{L_2:=L_2-\frac{3}{2}\times L_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -1 & 15 \\ 0 & -\frac{11}{5} & \frac{5}{2} & \frac{34}{2} \\ 1 & 5 & -2 & 21 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{L_3:=L_3-\frac{1}{2}\times L_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -1 & 15 \\ 0 & -\frac{11}{5} & \frac{5}{2} & \frac{34}{2} \\ 0 & \frac{9}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{27}{2} \end{array}\right) \xrightarrow{L_3:=L_3-\frac{-9}{11}\times L_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -1 & 15 \\ 0 & -\frac{11}{5} & \frac{5}{2} & \frac{34}{2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{11} & -\frac{18}{11} \end{array}\right)$$

Logo,

$$\begin{cases} 2x + y - z = 15 \\ -\left(\frac{11}{5}\right) y + \left(\frac{5}{2}\right) z = \frac{34}{2} \\ \left(\frac{6}{11}\right) z = -\frac{18}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \\ z = -3 \end{cases}$$

Pergunta 2 Considere os pontos $A(1,6)$ e $B(0,-5)$ e determine:

Alínea a) A função $f(x) = ax + b$ que contém os pontos A e B.

Se os pontos A e B pertencem a função tem-se

$$\begin{cases} 6 = a \times 1 + b \\ -5 = a \times 0 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = a + b \\ -5 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = a - 5 \\ b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ b = -5 \end{cases}$$

Logo $f(x) = 11x - 5$.

Alínea b) O zero da função, ou raiz de ax+b=0.

O zero da função é tal que

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 11x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{11}.$$

Assim, a função f tem um zero em $x = \dfrac{5}{11}$.

Alínea c) O estudo do sinal.

No estudo da função verifica-se

x	$-\infty$	$\frac{5}{11}$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

Assim,

- $f(x) < 0$ quando $x \in \left]-\infty, \frac{5}{11}\right[$;
- $f(x) > 0$ quando $x \in \left]\frac{5}{11}, +\infty\right[$;
- $f(x) = 0$ quando $x = \frac{5}{11}$.

Pergunta 2.1 Considere a função $f(x) = x^2 - 3x - 10$ e determine:

Alínea a) Se existem e quais são as raízes reais de $f(x) = 0$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-10)}}{2 \times 1}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm 7}{2} \Leftrightarrow x = 5 \vee x = -2$$

Logo, as raízes reais de $f(x) = 0$ existem e são $x = 5$ e $x = -2$.

Alínea b) O ponto V que é vértice da parábola.

Sejam f' e f'' a primeira e a segunda derivada de f, respetivamente.
Assim, $f'(x) = 2x - 3$ e $f''(x) = 2$.
Sabendo que f' é zero quando $x = \frac{3}{2}$, ou seja,

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2},$$

e $f''(x)$ é sempre positiva, verifica-se que f tem um mínimo em $x = \frac{3}{2}$.

Designe-se esse mínimo por V.
Então V tem coordenadas $\left(\frac{3}{2}, f\left(\frac{3}{2}\right)\right)$, ou seja, $V\left(\frac{3}{2}, -\frac{49}{4}\right)$.

Alínea c) O estudo do sinal.

No estudo da função f verifica-se

x	$-\infty$	-2		5	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0	+

Assim,

- $f(x) < 0$ quando $x \in \,]-2, 5[$;
- $f(x) > 0$ quando $x \in \,]-\infty, -2[\, \cup \,]5, +\infty[$;
- $f(x) = 0$ quando $x = -2 \cup x = 5$.

Interesse Pedagógico

Atualmente, todos os alunos têm acesso a computadores e internet no conforto da sua casa. Se por um ponto de vista, isto apresenta mais um perigo para as crianças quando estas não são devidamente informadas ou não tomam os cuidados necessários, por outro lado, tal comodidade proporciona mais acesso ao ensino e ao diverso conhecimento desenvolvendo curiosidade e dúvidas sobre os mais diversos assuntos.

Na minha opinião, estes grupos, como é exemplo Tecnologia no Ensino da Matemática, são bastante úteis no sentido em que os interessados pelo assunto tenham acesso a informações e eventos que não teriam conhecimento se não fosse por este meio. Para além disso, os membros destas listas podem expor questões que os alunos apresentem ou questões que apareçam no ensino desta área e não consigam resolver ou pretendam confirmar resultados.

Referências Bibliográficas

- Santana, A. e Queiró, J. (2010). Introdução à Álgebra Linear. 1^a edição, Gradiva. Lisboa
- Acedido em 15 de Fevereiro de 2017, no grupo Tecnologia no Ensino da Matemática:
  br.groups.yahoo.com/neo/groups/TecMat/conversations/messages/1727