

LUCAS DE SOUZA SANTOS

Nº: 2016205065

PRIMEIRO TRABALHO: RELATÓRIOS

2º SEMESTRE – 2016/2017
UNIVERSIDADE DE COIMBRA
COIMBRA

PRIMEIRO RELATÓRIO

FÍSICA: SOMA DE TODOS OS NÚMEROS NATURAIS

Para esse primeiro relatório, foi escolhida uma mensagem do grupo MatFeliz do dia 27 de abril de 2014. O título da mensagem é “1 + 2 + 3 + ... =” e fala sobre como a soma de todos os números naturais é utilizada na física.

A mensagem foi criada, pois o utilizador do grupo, ao assistir a um vídeo sobre o assunto, ficou espantado com o resultado que os físicos chegaram para a somatória, um série não convergente, e ainda mais espantado ao perceber que eles o usam de forma massiva.

No vídeo (<https://www.youtube.com/watch?v=w-l6XTVZXww>), do canal do YouTube Numberphile, Tony, físico da Universidade de Nottingham, escreve a soma “1 + 2 + 3 + 4 + ... =”, ou, em forma de somatória,

$$\sum_{n=1}^{\infty} n$$

e questiona a um dos envolvidos, Brady, aparentemente a pessoa que está filmando, qual é o resultado que ele acha que terá essa soma.

Intuitivamente, o rapaz responde que tende ao infinito. Tony responde que, intuitivamente, realmente, parece tender ao infinito, mas que ele provará, extraordinariamente, que a resposta é $-1/12$.

Ou seja, além de conseguir encontrar uma convergência à soma, o resultado da soma de apenas números inteiros positivos é um número negativo fracionário. Outro físico ainda afirma que esse resultado é bastante utilizado em muitas áreas da física.

Para dar maior credibilidade ao que vai continuar a provar, Tony pega um livro da área de Teoria das Cordas do autor Joseph Polchinski, que diz ser muito utilizado, e mostra que, na página 22, há a dedução do resultado.

O usuário do grupo do MatFeliz, por não acreditar, foi atrás do livro e verificou se realmente a página 22 do livro existia e se havia a fórmula. Ele constatou que existe e colocou no corpo da mensagem uma foto da página do livro.

O vídeo continua com a dedução da fórmula e Tony constrói algumas outras somas para o ajudar.

A primeira delas é:

$$S_1 = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$

Nessa primeira soma, é fácil notar que o resultado depende do número de parcelas existente. Se a soma tiver um número ímpar de parcelas, o resultado será 1, caso contrário, será 0. Então, qual resultado deve ser levado em conta? Tony, então, decide que o resultado será a média entre os dois resultados possíveis, ou seja, $(1 + 0)/2 = 1/2$, o que parece bastante intuitivo para ele. Mas salienta que há outras maneiras de provar e até disponibiliza um segundo vídeo do canal com a prova desse resultado.

Ele passa então para a segunda soma:

$$S_2 = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots$$

A soma tem todos os números naturais com os sinais alternando.

O que ele faz é multiplicar por 2 a soma de forma conveniente.

Montando a conta de adição, em vez de colocar uma soma exatamente embaixo da outra, ele desloca a segunda soma da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} 2 \cdot S_2 &= 1 - 2 + 3 - 4 + \dots \\ &\quad + 1 - 2 + 3 - 4 + \dots \end{aligned}$$

Obtendo, somando coluna por coluna: $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$, que é a primeira soma, S_1 . Ou seja,

$$2 \cdot S_2 = S_1 \Rightarrow 2 \cdot S_2 = 1/2$$

Tem-se, então, que

$$S_2 = 1/4$$

É então introduzida a soma principal: $S = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots$

Tony faz a seguinte operação: $S - S_2$. Montando a conta de subtração, fazendo coluna por coluna, fica fácil de observar o resultado:

$$\begin{aligned}
S - S_2 &= 1 + 2 + 3 + 4 + \dots \\
&- (1 - 2 + 3 - 4 + \dots) = \\
&\quad 4 + 8 + 12 + \dots
\end{aligned}$$

Tirando o 4 em evidência, tem-se: $4*(1 + 2 + 3 + 4 + \dots) = 4*S$. Ou seja,

$$S - S_2 = 4*S \Rightarrow S - 1/4 = 4*S \Rightarrow -1/4 = 3*S$$

Chegando ao resultado de

$$S = -1/12$$

Tony então pergunta a Brady se acredita nele e o câmera responde com outra pergunta, para tentar desarmar o físico: se ele tomasse uma calculadora e somasse todos os número até o fim e apertasse a tecla de igual, ele obteria como resultado $-1/12$?

Tony questiona, então, o que seria somar até o fim e diz que não seria possível chegar até o fim. Afirma que realmente parece um truque de matemática, mas que não é, pois foi possível chegar ao resultado utilizando ferramentas matemáticas concretas.

Além disso, Tony diz que na física não há resultados infinitos e que a soma, então, deveria convergir a algo, mesmo que esse algo fosse um valor inesperado. E termina o vídeo dizendo que o resultado pode até ser contraintuitivo, mas a intuição não consegue ajudar, pois a intuitivo seria somar as parcelas e parar em algum momento. Ao fazer isso, toda a intuição sobre a soma se perde: é necessário ir até o infinito.

Brady termina brincando: “e se eu somar $1 + 2 + 3 + 4$ até um Googleplex, terei $-1/12$ como resposta?”

Tony responde que ele terá um número muito grande, bem longe de $-1/12$.

Esse tema foi escolhido, pois, além de explorar um resultado tão diferente e interessante, bastante utilizado, retoma a briga Física x Matemática e o quão interessante ela pode ser. A Física tem toda como base a Matemática, assim como a Química, por exemplo. Porém, diferente do estudo da Matemática, alguns podem dizer que na Física pode faltar certa rigorosidade nas suas construções teóricas. Outros

dirão que a Física parte muito mais de estudos experimentais para essas construções e que isso é obviamente possível. Mas o que fica evidente é o uso que a Física faz da Matemática, como pode ser visto no vídeo: Tony utiliza artifícios matemáticos e, com o uso de manipulações convenientes, chega onde, matematicamente falando, não parece ser algo tão correto assim, pois foge à intuição, o que acontece muito nas dissertações físicas.

O questionamento que fica é: será que, no mundo real, onde a Física se embasa, é possível utilizar de “brechas” matemáticas ou fazer um uso não tão rigoroso da matemática para se observar o que acontece ao redor da natureza e seus fenômenos?

Link para a mensagem no grupo MatFeliz:

<https://br.groups.yahoo.com/neo/groups/matfeliz/conversations/messages/3377>

Link para o segundo vídeo do canal que prova o resultado da primeira soma:

https://www.youtube.com/watch?annotation_id=annotation_2443680779&feature=iv&src_vid=w-l6XTVZXww&v=PCu_BNNI5x4

SEGUNDO RELATÓRIO

MARIA LAURA MOUZINHO

Para o segundo relatório, foi escolhida uma mensagem também do grupo MatFeliz do dia 3 de março de 2014. É uma mensagem escrita por João Batista Nascimento com o título de “Carta de Maria Laura Mouzinho”.

No corpo da mensagem, há “Carta de Maria Laura Mouzinho a comunidade de educadores matemáticos: sua última produção em vida” e um link para a mesma (<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/noticias/600-carta-de-maria-laura>).

A carta está hospedada no site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e tem com intenção congratular a instituição pela realização de mais um bem sucedido Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM).

A SBEM, de acordo com o próprio site, é uma sociedade civil com intuito de reunir os profissionais da área de Educação Matemática. Foi fundada em 27 de janeiro de 1988, não possui fins lucrativos e conta com pesquisadores, professores e alunos dos diversos níveis do sistema educacional brasileiro..

Mas antes disso, Maria Laura descreve um pouco sobre a história da matemática e sua importância:

A matemática foi criada a partir da necessidade de se contar e da interação do homem com o mundo, cresceu e teve sua importância até a Idade Média, época na qual a religião era forte o suficiente para fazer a matemática cair em esquecimento.

Aponta como o Renascimento e o Iluminismo, momentos posteriores que quebraram com o cenário da Idade Média, impulsionaram os avanços na área técnico-científica e que o fim do feudalismo trouxe à tona o tema da Educação Para Todos, tornando a matemática um matéria obrigatória.

Com a Revolução Industrial, a matemática, que se manteve inalterada, passou por mudanças e ocorreu, então, a Primeira Reforma Internacional do Ensino da Matemática, no Congresso de Matemáticos (Roma, 1908).

Após a Segunda Guerra Mundial, foi criada a Comissão Internacional de Estudos e Aperfeiçoamento de Educação Matemática, 1953. E, em 1959, foi lançada a Reforma do Ensino da Matemática, conhecida como Matemática Moderna.

A partir disso, houve muitas influências no Brasil dos acontecimentos em relação à matemática de caráter mundial e foram criados, ao longo dos anos, grupos para debate e aperfeiçoamento da Matemática e do seu Ensino no país, com grande participação de Maria Laura. Começou a crescer a necessidade de uma associação de âmbito nacional para orientar os grupos e programas existentes. Foi realizado, para discutir a criação dessa associação, o Congresso Nacional de Educação Matemática, sediado na PUC/SP, que culminou no Primeiro ENEM. Foi possível a realização do Segundo ENEM, onde houve a Assembleia Geral para criação da SBEM, em 1988.

Termina falando da importância que hoje a SBEM tem e como ela pode ser determinante para um novo processo de ruptura que Maria Laura chama de outro Renascimento, processo intermediário entre a Era Industrial e a Era Digital.

Essa mensagem, então, foi escolhida para conhecer melhor a figura de Maria Laura, hoje já falecida, e como realizou seu trabalho em prol do Ensino da Matemática no Brasil.

Maria Laura Moura Mouzinho Leite Lopes nasceu em Timbaúba, Pernambuco, no dia 18 de outubro de 1917 e foi uma das maiores matemáticas brasileiras, sendo a primeira doutora especializada em Educação Matemática.

Foi forte opositora à ditadura e foi peça importante para a criação de duas grandes associações brasileiras: o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e a SBEM, já mencionada anteriormente.

Em 1932, começou a estudar na Escola Normal de Pernambuco, sendo aluna de Luiz Barros de Freire e, em 1939, começou a cursar Matemática na Faculdade Nacional de Filosofia (FNFfi).

Formou-se em 1941 e teve seu título de licenciatura no ano seguinte. Começou então a trabalhar como Professora Assistente no Departamento de Matemática na FNFfi. Em 1949, defendeu sua tese sobre Espaços Projetivos e conquistou o título de Doutora, sendo a primeira mulher a conseguir o feito na área de Matemática.

No mesmo ano, participou ativamente na criação do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) e lecionou geometria no Instituto Tecnológico da Aeronáutica (ITA), além de trabalhar na Universidade de Chicago, nos EUA.

1952 é o ano que Maria Laura criou o IMPA juntamente com Cândido Lima da Silva Dias, hoje, um dos maiores Institutos de Matemática do mundo, e foi diplomada na Academia Brasileira de Ciências.

Em 1969, com a ditadura no Brasil, Maria Laura foi exilada e expulsa do Brasil e foi morar na França, onde começou na área em que tanto cooperou no Brasil: Educação Matemática, no Institute de Recherche en Enseignement de Mathematiques.

De 1976 até 1984, presidiu o Grupo de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática - GEPEM, grupo que cooperou na fundação. Na mesma época, sendo uma das pessoas com mais destaque na área do Ensino da Matemática, coordenou a primeira pesquisa da área: *Projeto Binômio Professor-Aluno na Iniciação à Educação Matemática - uma pesquisa experimental*”.

Preocupada com as lacunas que o ensino brasileiro possuía, a cargo do governo federal e estadual, realizou pesquisas para aperfeiçoar o ensino da matemática no país.

Maria Laura foi responsável pela criação do primeiro curso de pós-graduação lato-sensu em Educação Matemática do Brasil, em 1980. Criando em seguida, os níveis de mestrado e doutorado. E, em 1988, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática é criada, como já também mencionado anteriormente.

Recebeu, pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, o título de de Professora Emérita.

Tendo tanto livros e pesquisas publicadas e sendo referência no mundo com seu trabalho no Ensino da Matemática, em 20 de junho de 2013, Maria Laura acabou falecendo.

Nota-se quão importante foi a figura de Maria Laura para a Matemática no país. A escolha desse fica como uma homenagem aos seus esforços para melhorar uma área tão deixada de lado no Brasil que é a educação, em todas as áreas. Que mais pessoas como ela possam colaborar com a melhoria do ensino, que, com certeza, cooperará para o país crescer em tantos outros âmbitos carentes de atenção hoje.

Link para a mensagem no grupo MatFeliz:

<https://br.groups.yahoo.com/neo/groups/matfeliz/conversations/messages/3353>

Referências:

<http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/noticias/article.php?storyid=422>

https://pt.wikipedia.org/wiki/Maria_Laura_Moura_Mouzinho_Leite_Lopes