Teoria dos Conjuntos: Axiomática de Zermelo-Fraenkel

Axioma da extensão.

Dois conjuntos são iguais se e só se têm os mesmos elementos.

Axioma Esquema de separação.

Seja $P(x)$ um predicado. Para cada conjunto A existe um conjunto cujos elementos são precisamente os elementos a de A para os quais $P(a)$ é verdadeiro.

Axioma dos conjuntos elementares.

Existe um conjunto que não tem qualquer elemento. Se a é um conjunto, existe um conjunto que tem a e apenas a como elemento. Se a e b são conjuntos, existe um conjunto que contém a e b, e apenas a e b, como elementos.

Axioma da União.

Dado um conjunto de conjuntos, existe um conjunto cujos elementos pertencem a pelo menos um dos conjuntos do conjunto dado.

Axioma da Potência.

Dado um conjunto A, existe um conjunto cujos elementos são os subconjuntos de A.

Axioma do Infinito.

Existe um conjunto contendo 0 ($= \emptyset$) e contendo o sucessor de cada um dos seus elementos. (suc $n = n \cup \{n\}$)

Axioma da Substituição.

Se $P(a, b)$ é um predicado tal que, para cada elemento a do conjunto A, o conjunto $\{b \mid P(a, b)\}$ pode ser formado, então existe uma função F com domínio A tal que $F(a) = \{b \mid P(a, b)\}$ para cada $a \in A$.

Bibliografia:

Paul R. Halmos, *Naive Set Theory*, Springer-Verlag, 1974.