Ficha Formativa de Matemática A-11ºano

Funções

1. Determine o domínio de cada uma das funções seguintes:

   a) $f(x) = \frac{2x^2+11x+12}{x+1}$

   b) $g(x) = \frac{\sqrt{x^2+x-2}}{1-x^2}$

   c) $h(x) = \frac{1-x}{x^2-3}$

   d) $m(x) = \frac{x+1}{-x}$

   e) $t(x) = \sqrt{\frac{x^2+4}{1-x^2}}$

   f) $s(x) = -x + \sqrt{4-x}$

2. Resolva as equações e inequações fraccionárias.

   a) $\frac{1}{x-1} - 1 = \frac{4}{x}$

   b) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2x^2}{x^2-1}$

   c) $\frac{2}{x-1} - \frac{3}{1-x} = 1$

   d) $\frac{4}{3-x} + \frac{7}{x+3} = \frac{24}{9-x^2}$

   e) $\frac{x^2+1}{x^2} \leq 0$

   f) $\frac{x}{x+12} \geq \frac{x+1}{20}$

   g) $\frac{x+2}{2x-x^2} + \frac{x}{x-2} = 1$

   h) $\frac{-2x}{x^2-9} = \frac{1}{x^2+3x}$

   i) $\frac{2-x^2}{x-3} < 1 - x$

3. Há países que usam, para unidade de medida de temperatura, o grau Centígrado (℃), enquanto outros usam o grau Fahrenheit (°F). A expressão seguinte permite converter °F em ℃ : $\boldsymbol{C} = \frac{5(F-32)}{9}$

   a) Um português chega aos Estados Unidos da América e verifica que a temperatura, no local em que se encontra, é 23°F. Qual a temperatura em graus centígrados?

   b) Um turista americano que visite Portugal tem de resolver o problema inverso, isto é, tem de converter em °F, temperaturas obtidas em ℃. Se se registarem 15℃, a quantos °F corresponde? E 22℃?

   c) Encontre uma fórmula que exprima F em função de C.

4. Num passeio marítimo pretende-se plantar árvores afastadas **x** metros.
   O passeio tem 3 km de comprimento e terá uma árvore no início e outra no fim.

   a) Mostre que a função *f* que relaciona o número de árvores necessário com x é dada por:

   $$f(x) = \frac{3000}{x} + 1$$

   b) Represente graficamente a função *f* e indique o seu domínio, no contexto do problema.

   c) Escreva uma equação para cada uma das assimptotas do gráfico de *f* e interprete o seu significado.

   d) Resolva a equação $\frac{3000}{x} + 1 = 101$.

   e) Explique o significado da equação e da solução no contexto do problema.

   f) Supondo que as árvores devem ser plantadas de modo a ficarem mais afastadas do que 5 metros e menos afastadas do que 8 metros, calcule o número de árvores necessárias para a plantação.

   g) Resolva e interprete a condição:

   $$300 < \frac{3000}{x} + 1 < 350$$

5. Simplifique a expressão e indique o domínio onde é válida a sua simplificação.

$$g(x) = \frac{6x-6}{-2x^2+2x}$$

6. Considere a expressão $A(x) = \frac{-x^3+x^2+6x}{x^2+2x}$.
   a) Sabendo que 3 é raiz do numerador, simplifique a expressão dada indicando o domínio onde é válida a simplificação.
   b) Indique, recorrendo a intervalos de números reais, o conjunto solução da condição $A(x) \leq 0$.

7. Dadas as funções definidas por $h(x) = \frac{x^2-x-2}{x+2}$; $g(x) = \frac{x}{x+1}$ e $f(x) = \frac{x}{x^2-x}$.
   a) Determine as assimptotas de $h(x)$.
   b) Determine, se existir(em), o(s) zero(s) da função f.
   c) Calcule $(f+g)(-2)$.
   d) Calcule $(f \circ g)(-2)$.

8. Sejam dadas as funções definidas por $m(x) = \frac{2}{x^2+x}$ e $p(x) = \frac{1}{x}$.
   a) Resolva a equação $m(x) = p(x)$.
   b) Resolva a inequação $m(x) - 1 \geq 0$.

9. Consideremos $f(x) = -x^3 + x^2 + 2x$, $g(x) = \frac{3x-1}{2x-4}$ e $h(x) = \sqrt{x}$.
   a) Decomponha em factores o polinómio $f(x)$.
   b) Indique as assimptotas de $g(x)$.
   c) Resolva analiticamente a equação $g(x) = x$.
   d) Caracterize $f \times g$.
   e) Caracterize $h \circ g$.
   f) Calcule $(h \circ g)(0)$.
   g) Determine o conjunto solução da equação $h(x-2) = 3$.

10. O parque automóvel de um país é de 500.000 automóveis. Daqui a t anos, este será dado por:

$$P(t) = 600 - \frac{100}{t+1}$$

   a) Daqui a 4 anos, quantos automóveis haverá?
   b) Determine durante quantos anos o número de viaturas será inferior a 590.000.
   c) Resolva a equação $P(t) = 0$ e analise os resultados.
   d) Determine uma equação da assimptota horizontal e explique o seu significado no contexto do problema.

11. Duas torneiras 1 e 2 são usadas para encher uma piscina. A primeira torneira, sozinha, enche a piscina em seis horas e meia. A segunda torneira, sozinha, enche a piscina em t horas. A água que as torneiras deitam é constante.

a) Escreva uma expressão algébrica que traduza a parte da piscina que fica com água se, durante uma hora, as duas torneiras estiverem abertas.

b) Escreva T em função de t, sendo T o tempo necessário para encher a piscina com as duas torneiras abertas.

c) Determine t, sabendo que as duas torneiras levaram mais de 4h a encher a piscina. Interprete o resultado.

12. Considere as funções **h** e **j** tais que $h(x) = \frac{2x-2}{x}$ e $j(x) = x^2$.

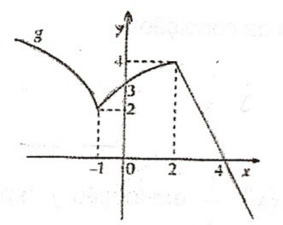
a) Calcule:

i) $(h \times j)(-1)$ ii) $\left(\frac{h}{j}\right)(3)$ iii) $(h \times j)(-2)$

b) Determine o domínio de:

a) $h - j$ b) $\frac{j}{h}$

13. Considere a função $\boldsymbol{f}$ tal que $f(x) = \begin{cases} x-1 & se \quad x \geq 0 \\ \frac{1}{2} & se \quad x < 0 \end{cases}$ e a função $\boldsymbol{g}$ de domínio $\mathbb{R}$ que se encontra representada graficamente por:



Calcule:

a. $(f+g)(-1)$ b. $\left(\frac{g}{f}\right)(2)$ c. $\left(\frac{f}{g}\right)(0)$

14. Considere as funções $\boldsymbol{f}$ e $\boldsymbol{g}$ definidas por $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & se \quad x \geq 1 \\ \frac{3}{x-1} & se \quad x > 1 \end{cases}$ e $g(x) = |x-1|$.

Caracterize, sem utilizar o símbolo de módulo, as funções:

a. $f+g$ b. $f \times g$ c. $\frac{f}{g}$

15. Duas funções $\boldsymbol{f}$ e $\boldsymbol{g}$ de domínio $\mathbb{R}$ estão representadas graficamente no referencial da figura.

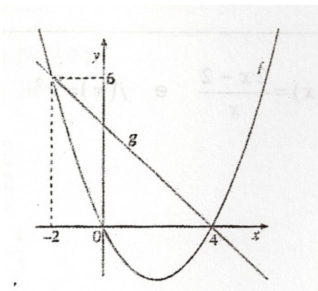
a. Determina o domínio das funções:

i. $f \times g$ ii. $\frac{f}{g}$ iii. $\frac{g}{f}$

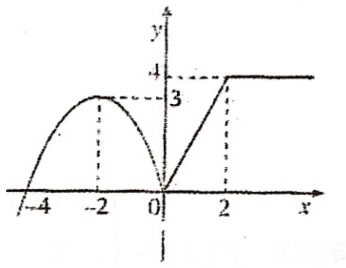
b. Indique o conjunto solução da condição:

i. $f(x) \leq g(x)$

ii. $(f-g)(x) = 0$



16. Considere a função $\boldsymbol{g}$ tal que $g(x)=\frac{1}{x}$ e a função $\boldsymbol{f}$ representada graficamente na figura seguinte:



a. Calcule:

i. $(g\circ f)(2)$

ii. $(f\circ g)(-\frac{1}{2})$

iii. $f[-f(2)]$

b. Determine $D_{\frac{g}{f}}$.

17. São dadas as funções reais de variável real $f(x)=-1+2cos^2x$, $g(x)=\frac{1-x}{1+x}$ e $h(x)=tg^2x$.

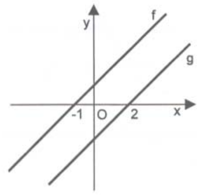
a. Determine o domínio de f.

b. Represente, em extensão, a condição $A=\{x: x\in[-\pi;\pi]\wedge f(x)=0\}$.

c. Determine o domínio de $f\circ g$.

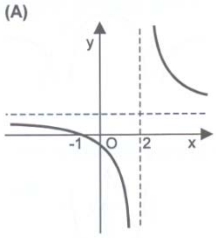
d. Mostre que $(g\circ f)(x)=h(x),\forall x\in D_{g\circ f}$.

18. Na figura estão representadas graficamente duas funções f e g.

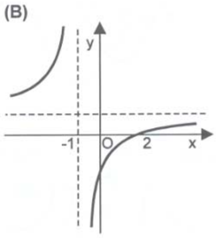


Qual dos seguintes gráficos poderá representar a função $\frac{f}{g}$?

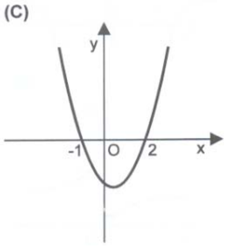
(A)



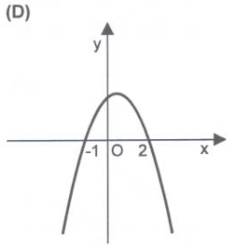
(B)



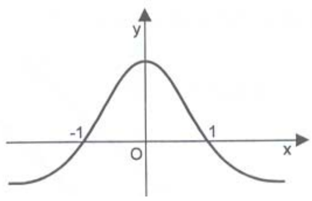
(C)



(D)

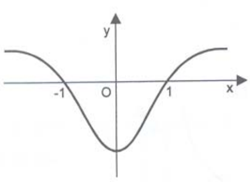


19. Na figura abaixo está parte da representação gráfica de uma função s de domínio $\mathbb{R}$.

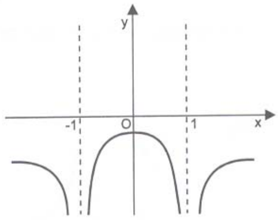


Indique qual das figuras seguintes pode ser parte da representação gráfica da função t definida por $t(x)=\frac{1}{s(x)}$.

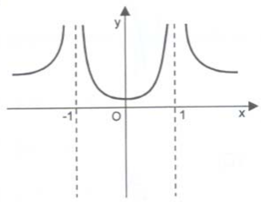
(A)



(B)



(C)



(D)