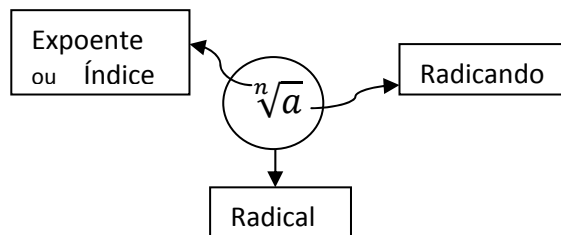




Ficha Complementar: Radicais

Seja $n \in \mathbb{N}$ e $a \in \mathbb{R}$, chama-se raiz índice n de a (ou raiz n -ésima de a) a todo o número que verifica a condição: $x^n = a$.



Consequências da definição:

→ Só existem raízes de índice par de números não negativos.

→ Os números positivos têm duas raízes de índice par: uma positiva e outra negativa.

Exemplo:

$$x^2 = 6 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6} \text{ ou } x = \pm^2\sqrt{6}$$

$$x^n = a \Leftrightarrow x = \pm^n\sqrt{a}, \text{ se } a > 0 \text{ e } n \text{ par}$$

→ Existe uma única raiz de índice ímpar de qualquer número negativo ou positivo.

Exemplo:

$$x^5 = -8 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{-8}$$

$$x^n = a \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{a}, \text{ se } n \text{ é ímpar}$$

→ A raiz índice n de zero é zero, ou seja, $\sqrt[n]{0} = 0$

→ A potência de expoente n de $\sqrt[n]{a}$ é a , com $a \geq 0$, ou seja, $(\sqrt[n]{a})^n = a$

→ A raiz índice 1 de qualquer número é esse número, ou seja, $\sqrt[1]{a} = a$

Propriedades dos radicais

Propriedades		Exemplos
Potências de expoente fraccionário	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ $a > 0, n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Q}$	$\sqrt[3]{9^2} = 9^{\frac{2}{3}} ; \sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$
Radicais equivalentes	$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nq]{a^{mq}}$ $a > 0, n, q \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z}$	$\sqrt[8]{2^4} = \sqrt{2} ; \sqrt{2} = \sqrt[6]{2^3}$
Multiplicação de radicais	$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ $a > 0, b > 0, n \in \mathbb{N}$	$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6} ; \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{10}$
Divisão	$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ $a > 0, b > 0, n \in \mathbb{N}$	$\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{2} ; \sqrt{12} \div \sqrt{3} = \sqrt{4} = 2$
Adição	$a\sqrt[n]{x} \pm b\sqrt[n]{x} = (a \pm b)\sqrt[n]{x}$ $x > 0, n \in \mathbb{N}, a, b \in \mathbb{R}$	$\sqrt[3]{8} + \sqrt[4]{2^8} = \sqrt[3]{2^3} + \left(\sqrt[4]{2^4}\right)^2 = 2 + 2^2 = 6$
Passagem para fora do radical	$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$ $a^2\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a^6b}$	$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} ; 5^2\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{5^6 \times 7}$
Potências	$\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}$ $a > 0, n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{Q}$	$\sqrt[3]{2^{-5}} = 2^{-\frac{5}{3}} ; \sqrt[3]{a^{12}} = a^4, a > 0$

Nota: Para racionalizar o denominador ou o numerador na forma $a\sqrt{n} \mp b\sqrt{m}$, multipliquem-se ambos os termos da fracção pelo factor conjugado $a\sqrt{n} \pm b\sqrt{m}$. Se $a = 0$, então multiplica-se apenas por $\sqrt{m}$.

Testa os teus conhecimentos...

1. Simplifica:

1.1. $\sqrt[10]{3^5}$ 1.2. $\sqrt[6]{27^2}$ 1.3. $\sqrt[5]{(-32)^2}$ 1.4. $\sqrt[3]{24a^8}$ 1.5. $\sqrt[4]{162}$

1.6. $\sqrt[3]{8} + \sqrt[4]{2^8}$

1.7. $3\sqrt{48} - 2\sqrt{27} + 5\sqrt{3}$

1.8. $\sqrt[3]{16x^4} + \sqrt[3]{54x^4} - 5x\sqrt[3]{2x}$

2. Racionaliza o denominador de cada uma das fracções:

2.1. $\frac{2}{3\sqrt{5}}$

2.2. $\frac{5}{1+\sqrt{5}}$

2.3. $\frac{2}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

3. Simplifica cada uma das seguintes expressões:

3.1. $\sqrt{6} + 5\sqrt{6} - 12$

3.2. $2\sqrt{3} + \sqrt{75} - 3\sqrt{12} + \frac{1}{2}\sqrt{50}$

3.3. $(-2\sqrt{2} + 2)^2$

3.4. $\sqrt[3]{16x^4} \times \sqrt[3]{x^4}$