GRUPO I

Para cada uma das questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva-a na sua folha de prova. Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo no caso de resposta ambígua. Não apresente cálculos.

1. A expressão $\frac{1}{senx} - senx$ é equivalente a:

(A) $\frac{senx}{tgx}$ (B) $-\frac{1}{tgx}$ (C) $\frac{\cos x}{tgx}$ (D) $\frac{tgx}{senx}$

2. Sabendo que $\|\vec{a}\| = 5$, $\|\vec{b}\| = 2$ e que $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são vectores colineares com sentidos contrários

(B) $0° < \vec{a}\, \hat{}\, \vec{b} < 90°$

(C) $90° < \vec{a}\, \hat{}\, \vec{b} < 180°$

(D) $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são vectores colineares com o mesmo sentido

3. Que valores deve ter **a** para que sejam perpendiculares as rectas de equação r : $y = -x + 3$ e s : $(x, y) = (1; 0) + k(a; 4), k \in \mathbb{R}$

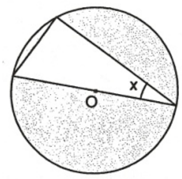
(A) -1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) 4

GRUPO II

Apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos efectuados e as justificações que considere necessárias.

1. Resolva em $\mathbb{R}$, sem usar a calculadora, a seguinte equação: $2\cos^2 x - \sqrt{3}\cos x = 0$.

2. A figura representa uma circunferência de centro O e raio r, na qual está inscrito um triângulo, sendo x um dos seus ângulos agudos.

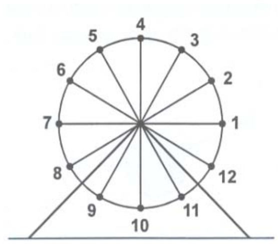


   a) Mostre que a área da região sombreada é dada por

$$A(x) = r^2(\pi - 2senxcosx), x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$$

   b) Suponha que $r = 1$. Determine o valor da área da região sombreada quando $x = \frac{\pi}{6}$.

3. Uma roda gigante de um parque de diversões tem doze cadeiras, numeradas de 1 a 12, com um lugar cada uma, tal como é representado na figura. O Manuel ficou sentado na cadeira número 1. No instante em que a roda gigante começa a girar, a cadeira 1 está na posição indicada na figura. Admita que a distância, em metros, da cadeira 1 ao solo, t segundos após a roda gigante ter começado a girar, é dada por:



$$d(t) = 7 + 5sen\left(\frac{\pi t}{30}\right)$$

   a) Determine a distância a que se encontra a cadeira 1 do solo no instante em que a roda começa a girar.

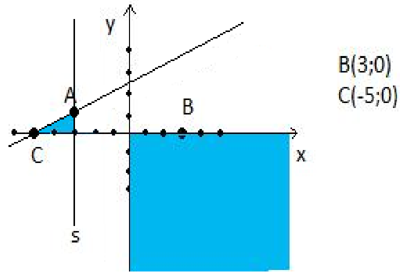
   b) Resolva a equação $d(t) = 9{,}5$ para $t \in [0; 75]$. Indique, justificando, quanto tempo demora o Manuel a encontrar-se pela primeira vez a uma distância de 9,5 metros do solo, depois da roda gigante ter começado a girar.

   c) Qual o período da função $d(t)$?

4. Sendo $\|\vec{v}\| = 3$ e $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$, determine k$\in \mathbb{R}$ tal que: $2\vec{v} \cdot \left(3\vec{u} - k\vec{v}\right) = -2$.

5. Observe a figura. A recta **r** é definida pela condição

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$



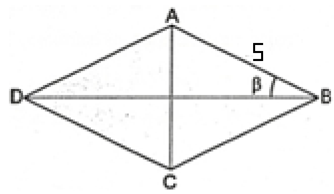
a) Determine as coordenadas do ponto A.

b) Determine uma equação vectorial da recta que passa por A e tem uma inclinação de $120°$.

c) Sendo P um ponto qualquer do plano, identifique o conjunto de pontos do plano definido pela condição $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PA} = 0$.

d) Defina por uma condição a região a sombreado.

6. Na figura está representado um losango de lado 5 cm e cuja diagonal maior mede 8 cm.



a) Determine a amplitude do ângulo β, com aproximação às décimas.

b) Calcule:

$i)$ $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ $\qquad$ $ii)\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DB}$

7. Sejam **r** e **s** duas rectas do plano tais que:

$$r: (x, y) = (4; 0) + k(3; 1), k \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad s: 2x + y - 5 = 0.$$

a) Determine o ângulo formado entre as rectas **r** e **s**, com aproximação às décimas.

b) Sendo α o ângulo encontrado em a), determine o <u>valor exacto</u> da expressão:

$$\cos(3\pi - \alpha) + 3tg(10\pi + \alpha) - sen(-\frac{11}{2}\pi - \alpha).$$

c) Sendo **s** a recta tangente a uma circunferência no ponto T(1;3), determine a equação reduzida da recta que contém o raio dessa circunferência.

<u>FIM</u>

Boa Sorte!