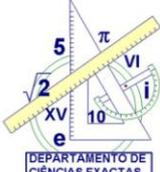


| | | |
|---|---|---|
|  <p>DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXACTAS</p> | <p>Escola Secundária com 3º Ciclo D. Dinis</p> |  |
| <p>Ficha de consolidação Modelos de Probabilidades</p> | | |
| <p>Ano Lectivo 2008 / 2009</p> | <p>Matemática B</p> | <p>12º Ano</p> |

1. Uma empresa de informática resolveu oferecer aos dois melhores alunos de Matemática do 12º ano, de uma escola, um dos seguintes jogos de estratégia: <<The Settlers>> e <<Pharaoh>>.

Como os alunos não se decidiam, o professor resolveu colocar, num saco opaco, uma bola branca e uma bola preta, iguais no tamanho e no material. A bola branca, B, corresponde ao jogo <<The Settlers>> e a preta, P, ao jogo <<Pharaoh>>.

Um dos alunos tirou ao acaso uma bola, viu a cor e voltou a colocá-la no saco. O outro aluno repetiu a operação.

- 1.1. Elabora um diagrama em árvore que corresponda à experiência.
- 1.2. Indique o espaço de resultados e o espaço de acontecimentos.
- 1.3. Represente os seguintes acontecimentos:
A: "O primeiro aluno recebeu o jogo <<The Settlers>>"
B: "Um aluno, pelo menos, recebeu o jogo <<Pharaoh>>"
C: "Os dois alunos receberam o jogo <<The Settlers>>"
D: "Os dois alunos receberam o jogo <<Pharaoh>>"
- 1.4. De entre os acontecimentos definidos na alínea anterior, indique os que são incompatíveis, mas não contrários, e os que são contrários.

2. Numa Escola Secundária existem oito turmas de 12º ano, correspondendo a um total de 220 alunos a frequentarem a disciplina de Matemática. Cada aluno deixou cair um punaise sobre uma mesa lisa. Em condições idênticas, repetiu a experiência 30 vezes e registou o número de vezes que o punaise ficou com o bico para cima.

Utilizando a lei dos grandes números e atendendo aos dados registados na tabela seguinte:

| Turma | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| N.º de alunos | 27 | 28 | 28 | 30 | 27 | 26 | 24 | 30 |
| f_i | 284 | 315 | 312 | 306 | 255 | 244 | 228 | 340 |

Indique um valor aproximado para a probabilidade do punaise, ao ser lançado, ficar com o bico para cima e comente o resultado obtido.

3. Num lançamento de um dado, não viciado, calcule a probabilidade de sair número par.

4. Considere um baralho, correctamente baralhado, de 52 cartas. Tira-se, ao acaso, uma carta. Qual a probabilidade de:
 - 4.1. Sair um rei?
 - 4.2. Sair espadas?
 - 4.3. Sair o rei de paus ou a dama de copas?
 - 4.4. Não sair figura?

5. Um saco opaco contém 12 bolas: cinco vermelhas e sete brancas.
 - 5.1. Tira-se uma bola ao acaso. Qual a probabilidade de que seja vermelha?
 - 5.2. Tiram-se duas bolas seguidas e sem reposição. Qual a probabilidade de serem da mesma cor?
 - 5.3. Tira-se uma bola, anota-se a cor e volta-se a repor a bola no saco. Repete-se a operação mais duas vezes.
 - 5.3.1. Qual a probabilidade de se extrair bola vermelha, bola vermelha e bola branca, por esta ordem?
 - 5.3.2. Qual a probabilidade de se extraírem duas bolas vermelhas e uma branca?

6. Um casal pretende ter três filhos. Admitindo que a probabilidade de nascer rapariga é igual à probabilidade de nascer rapaz, calcule a probabilidade de o casal ter:
 - 6.1. Apenas rapazes;
 - 6.2. Duas raparigas e um rapaz;
 - 6.3. Pelo menos um rapaz.

7. Lança-se um dado de poker, duas vezes consecutivas. Calcule a probabilidade de saírem:
 - 7.1. Dois valetes;
 - 7.2. Um valete e um ás;
 - 7.3. Duas faces diferentes.

8. Ao analisar os resultados de um inquérito feito aos 25 alunos de uma turma de Informática, verificou-se que dez alunos eram assinantes da revista Bgamer, seis da revista T3 e 12 não assinavam nenhuma revista.

Ao escolher um aluno desta turma ao acaso, qual é a probabilidade de que seja assinante:

 - 8.1. De apenas uma das revistas?
 - 8.2. De ambas as revistas?
 - 8.3. De, pelo menos, uma das revistas?

9. Num saco estão 12 bolas, indistinguíveis ao tacto, numeradas do seguinte modo: seis com o número 1, quatro com o número 2 e duas com o número 3.

Extraí-se, ao acaso, uma bola e anota-se o valor x_i do número da bola extraída.

 - 9.1. Indique a distribuição de probabilidades da variável X.
 - 9.2. Construa o gráfico de barras da distribuição.

10. Num filme de tarde, entre um grupo de amigos, a Ana propôs o seguinte jogo.

Lança-se dois dados não viciados:

- Se o total de pontos for inferior a 7 e não saírem duas faces iguais, o jogador perde o número total de pontos.
- Se o total de pontos for superior a 7 e não saírem duas faces iguais, o jogador ganha o número total de pontos.
- Se o total de pontos for 7 ou se saírem duas faces iguais, o jogador marca zero.

Se o número de pontos obtidos for positivo, ganha o jogador, caso contrário, ganha a Ana.

A Rita resolve aceitar o desafio.

Seja X a variável aleatória que representa o número de pontos obtidos pela Rita.

10.1. Determine a distribuição de probabilidades da variável aleatória X .

10.2. Determine a esperança matemática desta distribuição.

10.3. O jogo será equitativo?

11. Numa turma de 12^o ano, a distribuição das alturas dos 28 alunos é:

| Altura (em metros) | Frequência absoluta (f_i) |
|--------------------|-------------------------------|
| [1.60;1.70[| 5 |
| [1.70;1.80[| 12 |
| [1.80;1.90[| 8 |
| [1.90;2,00[| 2 |
| | N=28 |

11.1. Calcule o valor médio e o desvio padrão, aproximados às centésimas.

11.2. Construa o histograma de frequências relativas e o respectivo polígono de frequências.

12. No armazém de um hipermercado estão armazenadas 250 paletes de leite magro. Num determinado dia, verifica-se que das 250 paletes, 100 já ultrapassaram o prazo de validade.

Nesse mesmo dia, e antes de serem postas à venda, houve uma inspeção à qualidade neste hipermercado. Sobre uma amostra de dez paletes do referido leite, o inspector rejeita todos os pacotes caso verifique mais de duas paletes fora de validade.

Qual a probabilidade do leite magro guardado no armazém ser todo rejeitado?

13. Suponha que a pressão arterial sistólica em pessoas com boa saúde é representada por uma variável aleatória com distribuição $N(120,10)$.

13.1. Escolhendo uma pessoa ao acaso, qual a probabilidade de ela ter uma pressão sistólica abaixo de 100 mmHg?

13.2. Quais são os limites de um intervalo simétrico em relação à média que engloba aproximadamente 99,74% dos valores das pressões sistólicas de pessoas saudáveis?

14. Na unidade de ensacamento de uma fábrica de farinha para a indústria, enchem-se os sacos com um peso de 50 kg. No entanto, nem todos os sacos ficam exactamente com a qualidade de 50 kg devido a diversos factores que ocasionam alguma variação no processo.

Estudada a variação no processo de ensacamento, conclui-se que o peso dos sacos de farinha segue uma distribuição normal $N(50;0.5)$.

14.1. Calcule a probabilidade de que um saco, seleccionado aleatoriamente, pese:

14.1.1. Entre 50 kg e 51 kg;

14.1.2. Entre 49,5 kg e 50 kg;

14.1.3. Acima de 51,5 kg;

14.1.4. Entre 50,5 kg e 51,5 kg.

14.2. Em 2000 sacos, quantos serão de esperar que tenham pesos entre 49,5 kg e 51 kg?

15. Calcule, em percentagem, $p(X > 93)$, sabendo que $X \sim N(72;12)$.

16. Numa distribuição $N(0;1)$, determine em percentagem:

16.1. $p(Z \leq 1,56)$;

16.2. $p(Z \leq -1,36)$;

16.3. $p(Z \geq -0,27)$;

16.4. $p(1,68 \leq Z \leq 2,12)$

17. O comprimento das peças produzidas numa determinada máquina segue uma distribuição normal de valor médio μ e desvio padrão σ .

O controlo de qualidade efectuado nessa máquina considera que uma peça é defeituosa se o seu comprimento diferir do valor médio mais do que σ .

Sabe-se que, entre peças produzidas, 50% têm comprimentos inferiores a 0,25 mm e 47,5% entre 0,25 mm e 0,642 mm.

17.1. Calcule μ e σ .

17.2. Calcule a probabilidade, em percentagem, de a peça ser não defeituosa.