



Ficha de Avaliação Sumativa

Ano Lectivo 2008 / 2009

12º Ano, D+E, Matemática B

Data: 22/05/09

Atenção:

A resolução completa de cada exercício inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

1. Numa região montanhosa, pretendia-se abrir um túnel em linha recta, unindo dois locais à mesma altitude. Devido à escassez de meios, seguiu-se um processo que era usado na Grécia Antiga.

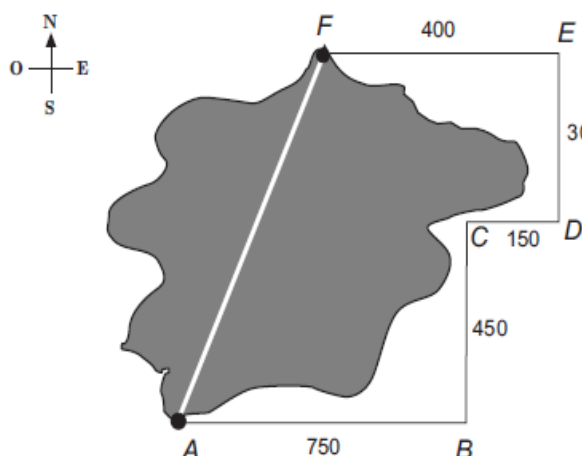


Fig. 1

No esquema da figura 1, que não está à escala, a região sombreada representa a montanha, e o segmento $[AF]$ o túnel. Este esquema ilustra o processo utilizado: sempre à mesma altitude, uma equipa técnica deslocou-se 750 metros para leste do ponto A , até ao ponto B ; do ponto B , deslocou-se 450 metros para norte, até ao ponto C , e assim sucessivamente, até ao ponto F , tal como está indicado na figura.

No fim deste processo, a equipa decidiu-se a usar coordenadas cartesianas, para saber que direcção deveriam tomar as escavações.

Para esse efeito, imaginou o referencial com origem em A , indicado na figura 2. A unidade usada nos eixos foi o metro.

Tendo em conta este referencial, responda aos seguintes itens.

1.1. Indique as coordenadas dos pontos assinalados na figura (A , B , C , D , E , F).

1.2. Determine a equação reduzida da recta AF .

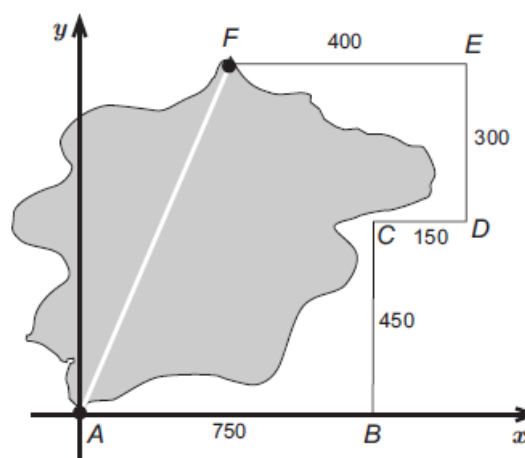


Fig. 2

2. Tem-se um cofre e cinco chaves.
Sabe-se que só uma das chaves abre o cofre.
Considere a experiência de abrir o cofre com uma das chaves.
Experimenta-se uma das chaves. Se não for a chave que abre o cofre coloca-se de lado e experimenta-se outra. O procedimento repete-se até que se descubra qual é a chave que abre o cofre.
Seja X a variável aleatória que representa o número de tentativas que são feitas até se conseguir abrir o cofre.

- 2.1. Obtenha a distribuição de probabilidades da variável aleatória X .
- 2.2. Qual é o valor médio da distribuição de probabilidades? Explique qual é o significado deste valor no contexto da situação descrita.

3. Sabe-se que a concentração, C , em miligramas por litro, de um analgésico, na circulação sanguínea, t horas após a sua ingestão, é dada por:

$$C(t) = 10(e^{-t} - e^{-2t})$$

Nota: Na resolução das questões seguintes, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve duas casas decimais.

- 3.1. Qual é a concentração, aproximada, do analgésico uma hora e trinta minutos após a sua ingestão?
Apresente o resultado arredondado às centésimas.
- 3.2. Sabe-se que o analgésico tem o efeito desejado quando a sua concentração é superior a 0,5 miligramas por litro.
Considere que o analgésico foi ingerido às nove horas.
Recorrendo às potencialidades da calculadora gráfica, indique uma aproximação do intervalo em que ele produz o efeito desejado.
Apresente os resultados em horas e minutos (com os minutos arredondados às unidades).

4. Thomas Malthus, pensador do século XVIII, elaborou um modelo para prever a evolução da população mundial. De acordo com este modelo, a população mundial **duplicaria**, de 25 anos em 25 anos.

Considerando que, no ano de 1900, a população mundial era de 1,65 mil milhões de pessoas, estime, de acordo com o Modelo de Malthus, qual teria sido o valor da população mundial em 2000.

Apresente o resultado em milhares de milhões, arredondado às unidades.

5. A Helena sofreu uma picada de um insecto e, a partir desse instante, teve uma reacção alérgica, de modo que a área A da região cutânea afectada, circundante à picada, evoluiu com o seguinte modelo $A(t) = 4t.e^{-0,5t}$, com A em cm^2 e t em horas.

- 5.1. Qual é a área infectada após 30 minutos da picada?
- 5.2. Determine a taxa média de variação da área infectada em $[0,3]$.
- 5.3. Mostre que a taxa de variação, exactamente uma hora após a picada, é positiva. Interprete esse facto, atendendo ao contexto do problema.
- 5.4. Determine, usando a sua máquina de calcular, o máximo da função $A(t)$ e faça o quadro de sinal da função $A'(t)$.

6. Uma pastelaria, para fabricar o “bolo da casa”, faz uma mistura de farinhas que contém pelo menos 25 kg de farinha de trigo e 15 kg de farinha de milho.

Para efectuar este tipo de mistura, o pasteleiro compra dois tipos de farinha A e B . Em relação a cada quilograma destas farinhas, tem-se a informação dada na tabela abaixo:

Tipo de farinha	Quantidade de farinha de trigo	Quantidade de farinha de milho
A	300 g	100 g
B	250 g	150 g

Represente por x e por y as quantidades, em quilogramas, da farinha do tipo A e do tipo B , respectivamente.

Escreva as condições que definem o domínio de validade do problema.

FIM

Cotações											
1.1	1.2	2.1	2.2	3.1	3.2	4	5.1	5.2	5.3	5.4	6
12	18	20	12	25	25	25	10	10	10	20	13