Olimpíadas Portuguesas de Matemática

http://www.spm.pt/∼opm

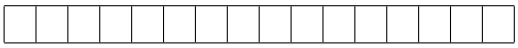
XXIII OPM - 1ª Eliminatória - 10.11.2004 - Categoria A - 8°/9°

Duração: 2 horas
Cada questão vale 10 pontos

Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

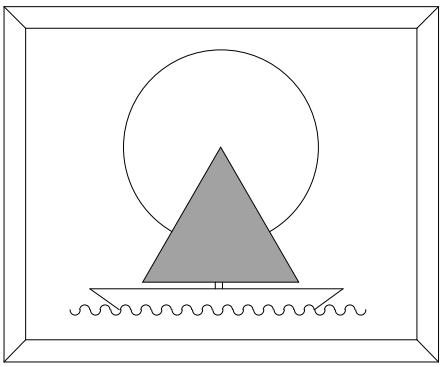
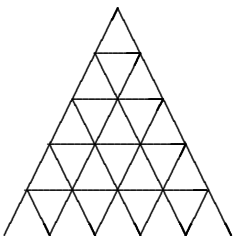
1. Para completar a sua colecção de tazos, o João trocou três quintos dos que possuía por um tazo raro. Como três quintos dos tazos que lhe restaram eram repetidos, resolveu oferecê-los ao seu amigo Miguel, ficando assim com 30 tazos. Quantos tazos tinha o João inicialmente?

2. Ao quadrado de um número natural chama-se *quadrado perfeito*. Preenche a tabela



com os 16 primeiros números naturais de modo que não haja repetições e que a soma de dois números vizinhos seja um quadrado perfeito.

3. O pescador Pedro Peixoto gosta muito de ir à pesca em noites de lua cheia. A sua amiga Paula Pinto pintou o quadro que está na figura para lhe oferecer. No quadro, a vela do barco é um triângulo equilátero com 2 dm de lado e a lua é um círculo cujo centro é um vértice do triângulo. A área da parte da lua escondida atrás da vela é exactamente metade da área da vela. Qual é o raio da lua pintada pela Paula Pinto?



4. Para obter a torre de cartas com 5 andares indicada na figura utilizaram-se 40 cartas. Quantas cartas são necessárias para construir, de forma semelhante, uma torre com 100 andares?